

EINE OPTISCHE VERZÖGERUNGSLEITUNG
FÜR EIN BREITBAND-GRAVITATIONSWELLENEXPERIMENT

DISSERTATION

Fakultät für Physik

Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von

Walter Winkler

aus Altstadt/CSSR

Garching, 18. Januar 1983



EINE OPTISCHE VERZÖGERUNGSLEITUNG
FÜR EIN BREITBAND-GRAVITATIONSWELLENEXPERIMENT

DISSERTATION

Fakultät für Physik

Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von

Walter Winkler

aus Altstadt/CSSR

Garching, 18. Januar 1983

1. Gutachter: Prof. Dr. H. Walther

2. Gutachter: Prof. Dr. R. Kippenhahn

Tag der mündlichen Prüfung: 13.04.1983

Zusammenfassung

Die Entwicklung einer Breitband-Gravitationswellenantenne optimaler Empfindlichkeit im Frequenzbereich von einigen hundert bis einige tausend Hertz mit einem Michelson Interferometer erfordert die Realisierung von Lichtwegen in der Größenordnung von 100 km. In dieser Arbeit wird die Verwendung einer optischen Verzögerungsleitung für diesen Zweck untersucht.

Zur Erläuterung der Aufgabenstellung werden die theoretischen Vorhersagen über Gravitationswellen wie Eigenschaften, Stärke und Häufigkeit beschrieben und kurz die bisherigen Experimente zum Nachweis von Gravitationswellen zusammengestellt. Zur Verdeutlichung des eingeschlagenen Konzepts wird der Versuchsaufbau des Garchinger Prototyps zugrunde gelegt. Die Anforderungen an das Experiment und damit auch an die Verzögerungsleitung werden in Verbindung mit den verschiedenen Störquellen zusammengestellt. Bei der Behandlung der optischen Verzögerungsleitung wird der Strahlengang sowohl für sphärische als auch für astigmatische Spiegel angegeben. Die Anforderung an die Qualität der Spiegeloberfläche wächst sowohl mit der Anzahl der Strahlen als auch mit dem Spiegelabstand. Weiter wird untersucht, wie sich Abweichungen der Krümmungsradien der Spiegel vom Sollwert auf den Strahlengang auswirken. Es wird ein neues, einfaches Verfahren zur Bestimmung der Krümmungsradien von Spiegeln angegeben mit einer relativen Genauigkeit von etwa 10^{-4} . Für eine Reihe möglicher Strahlengänge wird der für die Separation der Strahlen erforderliche Spiegeldurchmesser bestimmt. So ergibt sich für einen Lichtweg von 100 km und bei einer Wellenlänge von $5 \cdot 10^{-7}$ m der

kleinstmögliche Spiegeldurchmesser zu etwa 0,5 m. Sollten Überlappungen zwischen den Strahlreflexionen völlig unzulässig sein, so muß man sogar mit Werten von mehr als 1 m rechnen.

Ein schwerwiegendes Problem im Interferometer mit Verzögerungsleitungen - insbesondere bei sehr großen Lichtwegen - bewirkt das an den Spiegelflächen gestreute Licht. Auf den Entstehungsmechanismus der damit verbundenen Störsignale wird näher eingegangen und eine Methode zur Messung der verschiedenen Beiträge angegeben. Die in einem Experiment beobachteten Beiträge werden quantitativ erklärt. Sie liegen in der Größenordnung von 10^{-7} der Gesamtintensität. Um vom vorhandenen Prototyp einer Verzögerungsleitung auf sehr große Lichtwege extrapolieren zu können, wurde das Streuverhalten der Spiegel unter besonderer Berücksichtigung kleiner Streuwinkel ϑ gemessen. Dabei wurde beobachtet, daß die relative Leistungsdichte des Streulichts zu kleinen Winkeln proportional zu ϑ^{-2} wächst.

Abschließend wird eine Methode zur Reduzierung von Streulichtsignalen durch Frequenzmodulation des Laserlichts beschrieben.

Inhaltsangabe

I. EINLEITUNG	10
1. Eigenschaften von Gravitationswellen	10
2. Bisherige Experimente zum Nachweis von Gravitationswellen	12
2.1 Resonanzantennen	12
2.2 Breitbandantennen	15
II. DAS MICHELSON-INTERFEROMETER DES GARCHINGER EXPERIMENTES	24
1. Der Versuchsaufbau	24
2. Störquellen und Gegenmaßnahmen	28
2.1 Mechanische Störungen	28
2.2 Störsignale durch Schwankungen im Laserstrahl	31
2.2.1 Schwankungen in der Lichtleistung	31
2.2.2 Schwankungen in der Intensitätsverteilung des Laserstrahls	33
2.2.3 Frequenzrauschen des Lasers	35
III. DIE OPTISCHE VERZÖGERUNGSLEITUNG	40
1. Strahlengang und Lichtweg in einer symmetrischen Ver- zögerungsleitung	40
2. Unterschiedliche Krümmungsradien der Spiegel	49
3. Astigmatische Spiegel, Lissajous-Figuren	56
3.1 Astigmatismus bei nicht idealen Kugelspiegeln	57
3.2 Anordnung der Reflexionen in einer Lissajous-Figur	58
4. Erforderlicher Spiegeldurchmesser der optischen Verzö- gerungsleitung für verschiedene Strahlengänge	63
5. Bestimmung der Krümmungsradien von Spiegeln in Verzöge- rungsleitungen	90

IV. STREULICHT IN EINER OPTISCHEN VERZÖGERUNGSLEITUNG	108
1. Störsignale als Folge von Streulicht	109
2. Messung der Stärke und des Wegunterschieds von Streulicht relativ zum Hauptstrahl	114
3. Quantitative Beschreibung der Stärke des Streulichts	125
4. Extrapolation zu großem Lichtweg	137
5. Auswirkung der Summe der Streulichtanteile	142
6. Umwandlung niederfrequenter Signale durch Nichtlinearitäten in Störungen im kHz-Bereich	144
7. Die Intensitätsverteilung des Streulichts nach einer Einfachreflexion	150
7.1 Meßanordnung	151
7.2 Der Einfluß von Abbildungsfehlern	158
7.3 Messung der Streulichtverteilung	163
8. Unterdrückung von Streulichtsignalen durch Frequenzmodulation des Laserlichts	169

Liste der verwendeten Symbole

a	Halbapertur = Entfernung eines geometrischen Strahls auf dem Spiegel von der optischen Achse
$2AC^*$	Entfernung zwischen tangentialem und sagittalem Fokus
$2CC^*$ bzw. $3CC^*$	die Durchmesser des keulenförmigen Bildes eines Punktes bei der Koma
d	Abstand der Zentren zweier benachbarter Reflexionen
f	Brennweite oder Frequenz
$f(\vartheta)$	Funktion zur Beschreibung der Streueigenschaften einer Probe
F_{σ}	effektive Fläche einer Reflexion bei der Berechnung von Streulichteffekten
h	Amplitude einer Gravitationswelle oder Durchhang einer Spiegeloberfläche
i_o	Gleichstrom
$i_{En,n-\Delta N}$	Beitrag der Ausläufer des Eintrittsstrahls zu $i_{n,n-\Delta N}$
i_n	Rauschstrom
$i_{n,n-\Delta N}$	Intensität des Ausläufers der Reflexion n am Ort $(n-\Delta N)$
ℓ	Spiegelabstand
L	Gesamtlichtweg ($=N\ell$)
ΔL	Lichtwegdifferenz
M	Masse
n	laufender Index zur Zählung der Reflexionen

$(n-1)^*$	Anzahl der Reflexionen innerhalb der Verzögerungsleitung, die zur Erhöhung der Intensität in den Strahlausläufern beigetragen haben
N	Anzahl der Strahlen in einer Verzögerungsleitung
N_x	Periodizitätszahl für die x-Koordinaten
N_y	Periodizitätszahl für die y-Koordinaten
P	Lichtleistung
Q	Gütefaktor
r	Koordinate auf einem Spiegel
r'	Strahlneigung
R	Krümmungsradius eines Spiegels
$\bar{R}$	mittlerer Krümmungsradius in einer Verzögerungsleitung
R_e	Krümmungsradius der Wellenfront des Eintrittsstrahls am Ort des Eintrittsspiegels
R_w	Krümmungsradius der Wellenfront
S	Sicherheitsfaktor bei der Wahl des Spiegeldurchmessers
$2TAC^*$	Länge des Strichfokus
$2TSC^*$	Durchmesser des Bildscheibchens der sphärischen Aberration
u_p	Winkel zwischen der Strahlachse und der Spiegelnormalen
VL	Verzögerungsleitung
w	Strahlradius
w_o	Strahlradius im Fokus
w_e	Radius des Eintrittsstrahls beim Eintrittsspiegel
w_K	größtmöglicher Abstand des Strahls von der optischen Achse bei gegebenem Strahlverlauf

w_L	Radius der Austrittsöffnung
w_m	Strahlradius auf den Spiegeln im angepaßten Fall
w_n	Strahlradius bei der n-ten Reflexion
w_s	Spiegelradius
(x_n, y_n)	Koordinaten der n-ten Reflexion
$x_{\Delta N}$	$2 \frac{\Omega}{\omega_M} \sin \frac{\omega_M \Delta L}{c}$
δ_y	Versetzung des Austrittsstrahls gegenüber dem Eintrittsstrahl in tangentialer Richtung zum Kreis der Reflexionen
ϑ	Streuwinkel
θ	Hilfsgröße zur Beschreibung des Strahlverlaufs in einer Verzögerungsleitung
λ	Lichtwellenlänge
λ_G	Wellenlänge einer Gravitationswelle
ν	Lichtfrequenz
$\delta\tilde{\nu}$	Wurzel aus der spektralen Dichte der Frequenzschwankungen
ρ^2	Reflexionskoeffizient für die Lichtleistung
σ	wirksame Streulichtamplitude
$\sigma_{\Delta N}$	Amplitude des Streulichtbeitrags mit einem Wegunterschied von $\Delta L = \Delta N \ell$
τ	Laufzeitdifferenz
φ	Phasendifferenz zwischen den Hauptstrahlen eines Interferometers
Φ	Phasendifferenz zwischen Hauptstrahl und Streulicht
$\omega_0/2\pi$	Eigenfrequenz

$\omega_G/2\pi$	Frequenz im Meßbereich
$\omega_M/2\pi$	Modulationsfrequenz
$\omega_n/2\pi$	Rauschfrequenz
$\Omega/2\pi$	Frequenzhub bei der Frequenzmodulation

I. Einleitung

1. Eigenschaften von Gravitationswellen

Die Entwicklung von Antennen für elektromagnetische Strahlung aus dem Weltall hat erstaunliche Fortschritte erzielt - denken wir nur an die Ergebnisse der Radio-, Infrarot- und Röntgenastronomie. Trotzdem bleiben viele Phänomene unserer Beobachtung verborgen, z.B. die Vorgänge im Inneren eines kollabierenden Sterns, dessen Materie extreme Eigenschaften besitzt, wie etwa hohe Dichte, große Geschwindigkeit und starke Beschleunigung.

Die dabei entstehende elektromagnetische Strahlung gelangt erst nach häufiger Wechselwirkung mit der umgebenden Materie an die Oberfläche des Sterns und hat bis dahin die ursprünglichen Eigenschaften weitgehend verloren.

Ein geeigneter Informationsträger für die Vorgänge im Stern wäre in diesem Fall jedoch die Gravitationsstrahlung. Sie wird auf ihrem Weg zu uns durch die dazwischen liegende Materie kaum geschwächt. Ihre Eigenschaften werden in der allgemeinen Relativitätstheorie folgendermaßen beschrieben (Einstein 1918; Lehrbücher über die allgemeine Relativitätstheorie, z.B. Misner, Thorne und Wheeler 1973):

- a) Gravitationswellen breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit aus.
- b) Sie verändern die Metrik des Raumes, d.h. den Abstand zwischen Raumpunkten. Diese Raumpunkte können z.B. durch freie Testmassen markiert werden.

- c) Gravitationswellen sind transversal, Abstandsänderungen erfolgen somit senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle.
- d) Es gibt zwei Polarisationszustände. In einem Polarisationszustand wird ein Kreis von freien Testmassen abwechselnd zu einer stehenden und einer liegenden Ellipse deformiert; der zweite Polarisationszustand ist um 45° gegen den ersten verdreht. Der allgemeine Polarisationszustand ist eine lineare Überlagerung der beiden.
- e) Die Amplitude einer Gravitationswelle wird durch die dimensionslose Größe $h = 2 \frac{\delta \ell}{\ell}$ beschrieben, wobei $\delta \ell$ die Änderung eines vorgegebenen Abstands ℓ bezeichnet.

Eine Faustformel für die Größe von h läßt sich für ein Doppelsternsystem angeben, das um den gemeinsamen Schwerpunkt rotiert (Kafka 1974):

$$h = \frac{R_1 R_2}{dD}$$

Dabei sind R_1 und R_2 die Schwarzschildradien der beiden beteiligten Sterne, d ihr gegenseitiger Abstand und D die Entfernung zum Beobachter. Bei gegebener Masse M berechnet sich der Schwarzschildradius zu

$$R = \frac{2GM}{c^2}$$

Dabei ist G die Gravitationskonstante und c die Lichtgeschwindigkeit.

Die vorherberechneten Amplituden sind für irdische Beobachter bei allen Quellen extrem klein, siehe z.B. (Thorne 1980). Selbst die Entstehung eines Neutronensterns oder gar eines schwarzen Lochs würde für eine kurze Zeitdauer nur eine Amplitude von 10^{-18} erwarten

lassen, wenn das Ereignis etwa in der Entfernung des galaktischen Zentrums stattfindet. Die Signalfrequenz sollte in der Nähe von 1 kHz liegen.

Solche Ereignisse finden nur einige Male je Jahrhundert statt. Einige Ereignisse je Monat sind zu erwarten, wenn Signale aus dem Virgohaufen registriert werden können. Die Amplituden sind dann jedoch, wegen der tausendfach größeren Entfernung, auch tausendmal kleiner.

2. Bisherige Experimente zum Nachweis von Gravitationswellen

2.1 Resonanzantennen

Obwohl die zu erwartenden Signale extrem klein sind, hat Joe Weber, Professor an der Universität von Maryland, mit bewundernswertem Mut und mit Genialität eine Antenne für Gravitationsstrahlung entwickelt. Aufbauend auf seine Theorie der Wechselwirkung von Gravitationswellen mit Materie kam er zu dem Konzept der tonnenschweren Aluminiumzylinder (Weber 1961, Weber 1970). Diese sollen durch eine Gravitationswelle im Takt deren Frequenz abwechselnd gedehnt und gestaucht werden. Enthält die Anregung Fourierkomponenten bei der longitudinalen Resonanzfrequenz des Zylinders, so ändert dieser seinen Schwingungszustand, den er zufällig aufgrund der thermischen Bewegung hatte. Der Schwingungszustand, beschrieben durch Amplitude und Phase, wird durch Piezokristalle registriert, die auf die Oberfläche des Zylinders aufgeklebt sind.

Aufbauend auf die Erfahrungen von Weber hat unsere Gruppe die Versuchsanordnung und die Auswertemethode optimalisiert

(Billing et al. 1975; Billing, Winkler 1976; Kafka, Schnupp 1978). Über einen Zeitraum von mehreren Jahren waren im München-Frascati Experiment die empfindlichsten Gravitationswellenantennen in Betrieb.

Trotzdem konnten keine Signale registriert werden, die das Rauschen signifikant überschritten hätten. Das gleiche Ergebnis lieferten auch alle anderen Wiederholungen des Weber-Experiments, siehe z.B. (Braginsky et al., 1974; Douglass et al., 1975; Drever et al., 1973; Hough et al., 1975; Levine and Garwin, 1974; Hirakawa and Narihara, 1975).

Die erreichte Empfindlichkeit war durch das mechanische thermische Rauschen im longitudinalen Grundmode des Zylinders und durch das elektrische Rauschen, hauptsächlich der Piezokristalle, begrenzt.

Im München-Frascati Experiment konnte der Mittelwert des Rauschens durch eine statistische Änderung der Schwingungsamplitude der Zylinder beschrieben werden, die einer Änderung der Energie von 0 auf $\frac{kT}{40}$ entsprach. Die zugehörige relative Längenänderung betrug $3 \cdot 10^{-17}$. Wegen der Gesamtlänge der Zylinder von 1,5 m konnten daher absolute Längenänderungen registriert werden, die bei etwa 10^{-16} m und darüber lagen.

Folgende Eigenschaften der Antenne waren für die Empfindlichkeit bestimmend:

die Antennenmasse

die mechanische Güte der Antenne einschließlich der Piezokristalle und deren elektrische Güte

die Stärke der elektromechanischen Kopplung, d.h. der Bruchteil der Schwingungsenergie, welcher elektrisch zur Verfügung stand und

die Temperatur der Antenne.

Wie oben erwähnt, werden Signale erst bei wesentlich höherer Empfindlichkeit erwartet. In rund 10 verschiedenen Laboratorien wird daher an einer Weiterentwicklung der Weberschen Antenne gearbeitet. Eine Übersicht ist z.B. in (Thorne, 1980) zu finden.

Die Schwerpunkte der Untersuchungen sind in den verschiedenen Labors unterschiedlich gesetzt worden. Unumgänglich für eine wesentliche Empfindlichkeitssteigerung ist eine Kühlung der Antenne. Es wird zum Teil mit Antennen sehr großer Masse ($M \approx 5 \cdot 10^3$ kg) und einer relativ geringen mechanischen Güte ($Q \approx 10^6$) gearbeitet (McAshan et al. 1981; Kadlec, Hamilton 1980; Pallottino, Pizzella 1980; Amaldi et al. 1980), oder aber mit etwas kleineren Antennen, jedoch mit extrem hoher Güte ($Q > 10^9$) (Douglass et al. 1980, Mitrofanov, Lemann 1980). Geeignete Materialien sind Einkristalle, etwa aus Saphir oder Silizium, bei tiefen Temperaturen. Als elektromechanische Wandler können dann keine Piezomaterialien mehr eingesetzt werden, da diese selbst bei Kühlung zuviel mechanische Dämpfung und elektrisches Rauschen bewirken. Statt dessen werden kapazitive und induktive Wandler entwickelt; es werden die Vorteile der Supraleitung ausgenutzt, u.a. auch der Josephson-Effekt. (Blair et al. 1980, Paik 1980, Richard 1980). Die Rückwirkung des elektromechanischen Wandlers auf die Antenne und das Rauschen des Eingangsverstärkers stellen weiterhin ernste Probleme dar. Die derzeit erreichte Empfindlichkeit für h liegt bei einigen 10^{-18} (McAshan et al. 1981; Boughn et al. 1982).

Bei Verwendung von linearen Verstärkern ist die Empfindlichkeitsgrenze durch das sog. "Quantenlimit" gegeben. Dieses

besagt, daß die kleinste meßbare Änderung der Schwingungsamplitude des Zylinders dem Übergang vom Grundzustand mit der Nullpunktsenergie $\frac{1}{2} \hbar \omega$ zum ersten angeregten Zustand mit $\frac{3}{2} \hbar \omega$ entspricht (Heffner 1962, Braginsky et al. 1980). Bei einer Masse von 10^3 kg und einer Frequenz von $\frac{\omega}{2\pi} = 1$ kHz ist die zugehörige relative Längenänderung etwa 10^{-20} . Nach bisher nur theoretisch untersuchten Modellen sollte es jedoch möglich sein, das Quantenlimit mit Hilfe von nichtlinearen Verstärkern zu überwinden (Braginsky et al. 1980; Caves et al. 1980; Panov und Khalili 1980).

Die bisher besprochenen Resonanzantennen haben einen großen Nachteil: bei einem pulsartigen Signal liefern sie nur dessen spektrale Dichte bei der Resonanzfrequenz des Detektors. Mit einer Breitbandantenne hingegen kann der zeitliche Verlauf des Signals verfolgt werden und damit sind viel genauere Schlüsse auf die Quelle möglich.

2.2 Breitbandantennen

Eine naheliegende Version einer Breitbandantenne ist durch die sog. "Doppler-tracking" Experimente am Jet Propulsion Laboratory gegeben, bei denen die Relativgeschwindigkeit zwischen der Erde und einer Raumsonde gemessen wird. Bei sehr tiefen Frequenzen, nämlich zwischen 10^{-4} und 10^{-1} Hz, wird dabei nach Gravitationswellen gesucht. Zum gegenwärtigen Zeitpunkt liegt die Empfindlichkeit für h bei einigen 10^{-14} (Hellings 1980; Wahlquist 1980; Armstrong et al. 1979).

Schon zu Beginn der siebziger Jahre wurde damit begonnen, die Möglichkeiten eines mit Laserlicht beleuchteten Interferometers zu untersuchen (Forward 1978; Weiss 1972).

Wegen der großen Flexibilität dieses Konzepts im Vergleich zu einer Resonanzantenne wurde nach Abschluß des Weber-Experiments auch in München beschlossen, diesen Weg zu gehen (Winkler 1977). Etwa zur gleichen Zeit unternahm Drever in Glasgow die ersten Schritte in ähnlicher Richtung (Drever et al. 1977), und im Jahre 1980 erfolgte die Gründung einer größeren Abteilung am Caltech mit dem gleichen Ziel (Drever et al. 1981).

Der Grundgedanke bei dem erwähnten Breitband-Experiment ist folgender:

Der Strahlteiler und die Spiegel eines Michelson-Interferometers werden als quasifreie Testmassen verwendet (Fig. 1a)

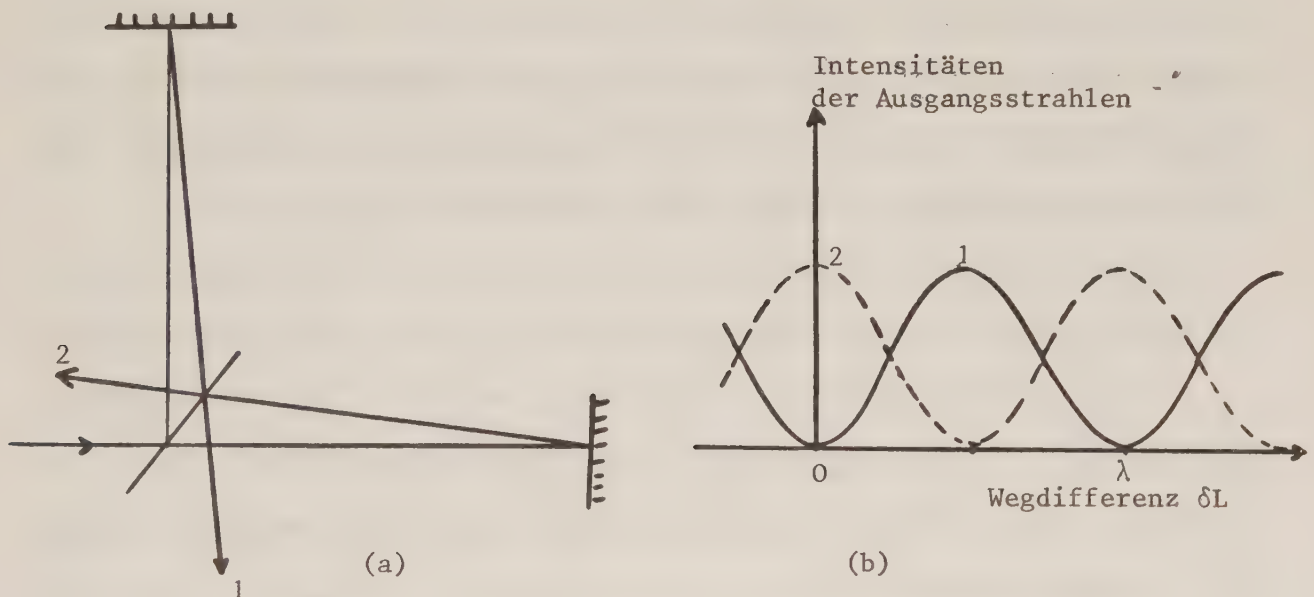


Fig. 1

(a) Strahlengang und (b) Intensitäten der Ausgangsstrahlen in einem Michelsoninterferometer mit parallelen Wellenfronten der interferierenden Strahlen.

Eine Gravitationswelle mit optimaler Ausbreitungsrichtung und Polarisierung würde senkrecht auf die Ebene dieser drei Testmassen auftreffen und während einer Halbperiode den einen Arm dehnen und gleichzeitig den anderen stauchen und anschließend umgekehrt. Mit anderen Worten: die Gravitationswelle erzeugt eine zeitlich veränderliche Armlängendifferenz, und genau dafür ist ein Michelsoninterferometer empfindlich.

Durch eine symmetrische Anordnung des Strahlteilers und der Spiegel werden die Wellenfronten der beiden interferierenden Strahlen möglichst parallel ausgerichtet. Die beiden Ausgangsstrahlen zeigen daher kein Streifensystem; vielmehr ändert sich die Helligkeit der Ausgangsstrahlen sinusförmig, wenn ein Spiegel in Strahlrichtung verschoben wird. Die Intensitäten der beiden Ausgangsstrahlen (1) und (2) sind komplementär zueinander. Die Änderung der Ausgangsintensität aufgrund einer Änderung der Armlängendifferenz wird mit einer Photodiode registriert.

Welche Empfindlichkeit läßt sich mit einem solchen Interferometer als Gravitationswellenantenne prinzipiell erreichen?

Eine Gravitationswelle gibt eine bestimmte "Dehnung" des Raumes, also ein bestimmtes $\frac{\delta L}{L}$ vor. Bestimmend für die Empfindlichkeit sind somit der Gesamtlichtweg L und die Meßgenauigkeit für die Wegdifferenz δL .

Mit wachsendem Lichtweg nimmt zunächst auch die durch eine Gravitationswelle erzeugte Wegdifferenz zu. Ein Optimum ist erreicht für einen Lichtweg von einer halben Gravitationswellenlänge: $L_{\text{opt.}} = \frac{\lambda_G}{2}$. Für noch größere Weglängen ändert die Raumdehnung während der Laufzeit des Lichts ihr Vorzeichen, wodurch ein Teil des Effekts ausgelöscht wird. Zu einer Frequenz der Gravitationswelle von 1 kHz gehört somit eine optimale Weglänge

von 150 km.

Um diesen langen Lichtweg realisieren zu können, läßt man die Laserstrahlen in den beiden Interferometerarmen sehr oft hin- und herreflektieren, bevor sie zur Interferenz gebracht werden. Eine Möglichkeit hierfür ist der Einbau je einer optischen Verzögerungsleitung (Herriott et al. 1964, Herriott et al. 1965), so wie es Weiss (Weiss 1972) für ein solches Experiment vorgeschlagen hat. Das Licht legt im Interferometer eine feste, wohldefinierte Wegstrecke L zurück, nämlich das N -fache des Spiegelabstands ℓ , wenn N die Anzahl der Strahlen in jedem Arm bezeichnet. Ein gewünschter Lichtweg von $L = 100$ km ließe sich z.B. mit $N = 100$ Strahlen bei einem Spiegelabstand von $\ell = 1$ km realisieren. Die für die Messung notwendige Interferenz findet erst bei der Überlagerung auf dem Strahlteiler statt. Das Konzept der Verzögerungsleitungen wird am MIT und in unserem Experiment, das jetzt dem Max-Planck-Institut für Quantenoptik in Garching angegliedert ist, weiter verfolgt. Eine detaillierte Beschreibung der optischen Verzögerungsleitung erfolgt in Kap. III.

Bei einer zweiten Möglichkeit zur Realisierung eines langen Lichtwegs fallen alle Strahlen eines Armes zusammen, d.h. jeder Interferometerarm besteht für sich aus einem optischen Resonator. Der effektive Lichtweg ist jetzt nicht allein durch die Geometrie der Anordnung festgelegt, sondern auch noch durch die Reflexionskoeffizienten der Spiegel. Das Konzept der optischen Resonatoren wird in Glasgow und am Caltech untersucht.

Die zweite empfindlichkeitsbestimmende Größe für eine solche Breitbandantenne ist die Meßgenauigkeit für die Wegdifferenz δL . Sie ist beschränkt durch das Schrotrauschen des Photostroms,

dessen spektrale Dichte* durch die Schottky-Beziehung angegeben wird:

$$\overline{i_{n,f}^2} = 2ei_0 \quad (1)$$

e ist hierin die Elementarladung und i_0 der Mittelwert des Photostroms:

$$i_0 = \frac{Pe}{h\nu} \quad (2)$$

P ist die in Photostrom umgewandelte Lichtleistung unter Berücksichtigung aller Verluste in den optischen Komponenten, einschließlich der in der Nähe von 1 liegenden Quantenausbeute der Photodiode; $h\nu$ ist die Energie eines einzelnen Photons.

Der Effektivwert des Schrotauschstromes nimmt nach (1) und (2) mit der Wurzel aus der Laserleistung zu, während ein Signal (z.B. aufgrund einer Spiegelbewegung) proportional zur Laserleistung wächst. Die durch das Schrotrauschen vorgetäuschte Schwankung in der optischen Wegdifferenz δL läßt sich berechnen zu

$$\overline{\delta L_f^2} = \frac{hc\lambda}{2\pi^2P} \quad (3a)$$

* Da in dem geplanten Vorhaben nur Signale in einem beschränkten Frequenzgebiet um 1 kHz interessieren, ist die geeignete Größe zur Beschreibung von Störquellen deren spektrale Dichte im betreffenden Frequenzgebiet, bzw. als lineares Maß die Wurzel aus dieser Größe; im Beispiel (1) hat $\tilde{i}_{n,f} := \sqrt{\overline{i_{n,f}^2}}$ die Dimension $A/\sqrt{Hz}$. Durch Integration über das betrachtete Frequenzintervall zwischen f_1 und f_2 läßt sich eine effektive Amplitude der entsprechenden Größe definieren:

$$i_n = \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} \overline{i_{n,f}^2} df}$$

wobei h das Plancksche Wirkungsquantum, c die Lichtgeschwindigkeit und λ die Lichtwellenlänge bedeuten. (3a) entspricht einer Schwankung der Spiegelabstandsdifferenz δl von

$$\overline{\delta l_f^2} = \frac{hc\lambda}{N^2 2\pi^2 P} \quad (3b)$$

Die Meßgenauigkeit für Wegdifferenzen sollte demnach mit wachsen-der Lichtleistung weiter zunehmen. Der Meßprozess hat jedoch eine Rückwirkung auf die Position der Spiegel über den statistisch schwankenden Strahlungsdruck (Weiss 1972, Winkler 1977, Caves 1980). Die spektrale Dichte der Kraft auf einen einzelnen Spiegel ist gegeben durch

$$\overline{F_f^2} = P_S N^2 \frac{h}{c\lambda} \quad (4)$$

wobei P_S die bei einer Reflexion auf den Spiegel auftreffende Lichtleistung bedeutet. Der Einfachheit halber sollen für die momentane Betrachtung Verluste vernachlässigt werden.

In dem hier interessierenden Frequenzbereich sind die Kräfte auf die Spiegel einer Verzögerungsleitung korreliert, während zwischen den beiden Armen keine Korrelation besteht (Edelstein et al. 1978). Haben alle drei Testmassen den gleichen Wert M , so ergibt sich für die durch den Strahlungsdruck bewirkte Schwankung der Armlängendifferenz:

$$\overline{\delta l_f^2} = \frac{PN^2h}{c\lambda M^2 2\pi^4 f_G^4} \quad (5)$$

f_G ist die Frequenz, bei der nach Gravitationswellen gesucht werden soll. Die optimale Laserleistung

$$P_{\text{opt.}} = \frac{c\lambda\pi M f_G^2}{N^2} \quad (6)$$

erhält man, wenn die Beiträge (3b) und (5) gleich groß sind

(Winkler 1977; Caves 1980). Steht weniger Licht zur Verfügung, so ist die Meßgenauigkeit durch das Schrotrauschen begrenzt; bei einer höheren Laserleistung überwiegen die Positionsänderungen der Spiegel aufgrund des schwankenden Strahlungsdrucks. Dazu ein Zahlenbeispiel: Für eine Spiegelmasse von 10 kg, einer Beobachtungsfrequenz von 1 kHz, 100 Strahlen und einer Lichtwellenlänge von $5 \cdot 10^{-7}$ m ergibt sich eine optimale Laserleistung von $5 \cdot 10^5$ W. Dauerstrichlaser dieser Wellenlänge liefern sehr viel weniger Ausgangsleistung (< 100 W). Solange die Beobachtungsfrequenz nicht wesentlich niedriger oder die Anzahl der Strahlen entsprechend höher gewählt wird, ist das Schrotrauschen nach (3a) die bestimmende Grenze für die Meßgenauigkeit der Wegdifferenz. Damit ist die mögliche Empfindlichkeit eines Laserinterferometers für relative Lichtwegänderungen in einem Arm gegeben durch:

$$\frac{\delta L}{L} = \frac{\sqrt{\frac{hc\lambda\Delta f}{2\pi^2 P}}}{L} = 2,2 \cdot 10^{-20} \sqrt{\frac{\Delta f}{1 \text{ kHz}} \frac{1 \text{ W}}{P} \frac{\lambda}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}}} \frac{100 \text{ km}}{L} \quad (7)$$

Wird, wie oben erwähnt, ein Arm gedehnt während der andere gleichzeitig gestaucht wird, so bewirken bereits halb so große relative Lichtwegänderungen das gleiche Signal. Trotzdem fehlt noch etwa ein Faktor 10 für die angestrebte Empfindlichkeit. Er könnte gewonnen werden durch eine etwas höhere Laserleistung und eine bessere Nutzung der verfügbaren Laserleistung (Caves 1981, Drever 1982), so wie es z.B. in Fig. 2 skizziert ist. Der Grundgedanke dabei ist der folgende:

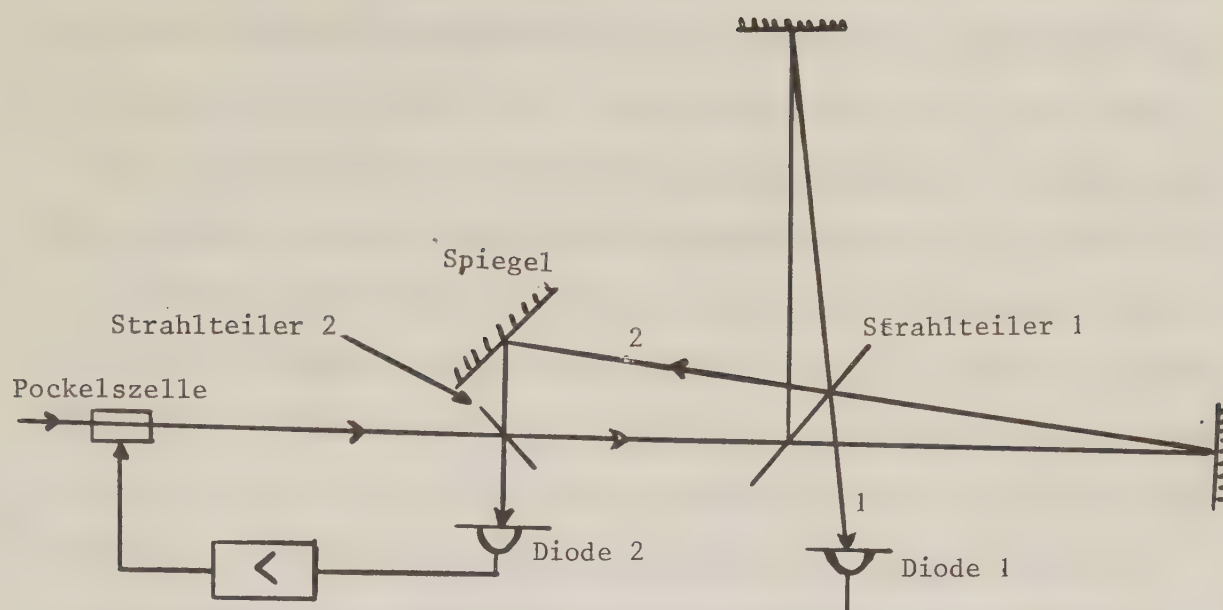


Fig. 2

Erhöhung der effektiven Laserleistung durch Wiederverwendung des Austrittsstrahls 2 des Interferometers

Bei einer speziellen Betriebsart des Interferometers, der sog. Modulationsmethode (siehe Kap. II), liegt der Arbeitspunkt im Minimum der Intensität eines Austrittsstrahls, etwa des Austrittsstrahls 1 in Fig. 2. Die Diode 1 erhält somit sehr wenig Licht^{*}, und der Austrittsstrahl 2 enthält beinahe die

^{*} Wie die Rechnung zeigt, ist auch in diesem Fall für P in (7) die gesamte Ausgangsleistung des Interferometers einzusetzen, und nicht etwa die geringe, auf die Diode 1 fallende Lichtleistung. (Von einer Verschlechterung der Meßgenauigkeit durch mangelhafte Interferenz, wie sie sich z.B. durch eine endliche Intensität im Interferenzminimum äußert, sei hier abgesehen).

gesamte Austrittsintensität des Interferometers. Er wird auf dem Strahlteiler 2 mit dem vom Laser kommenden Eintrittsstrahl so überlagert, daß auch die Diode 2 möglichst wenig Licht erhält. Für die geeignete Phase sorgt ein Regelkreis mit Hilfe der in Fig. 2 eingezeichneten Pockelszelle, so daß beinahe die gesamte Intensität des Austrittsstrahls dem Interferometer wieder zugeführt wird. Falls die Verluste im Interferometer klein genug sind, ist auf diese Weise eine erhebliche Erhöhung der effektiven Laserleistung zu erreichen.

Trotz der extrem schwachen Signale, die nach der Theorie zu erwarten sind, erscheint es daher möglich, ein Interferometer mit hinreichender Empfindlichkeit zu bauen, falls die Auswirkungen aller Störquellen kleiner gehalten werden können als das Schrotrauschen des Photostroms. Zur Untersuchung dieser Störquellen und zur Entwicklung von Gegenmaßnahmen wurde von unserer Gruppe ein Prototyp mit 3 m Spiegelabstand aufgebaut. Im Augenblick wird an der Fertigstellung einer Anlage mit 30 m Spiegelabstand gearbeitet. Die "3 m-Apparatur" und die wichtigsten Ergebnisse werden im nächsten Kapitel beschrieben.

II. Das Michelson-Interferometer des Garchinger Experimentes

1. Der Versuchsaufbau

Die gesamte Anordnung ist schematisch in Fig. 3 zu sehen. Für die Beschreibung folgen wir zunächst dem Lichtweg. Als Lichtquelle dient ein Argon-Ionen-Laser (CR8, Coherent Radiation) mit einer Ausgangsleistung im Einmodenbetrieb von etwa 1,5 W. Die Spiegel des Laserresonators wurden getrennt vom übrigen Laserkopf auf eine stabile Granitplatte montiert. Dadurch wurden die starken, niederfrequenten Schwankungen der Laserfrequenz und der Strahlposition erheblich vermindert. Für die Frequenzstabilisierung wird ein konfokaler Fabry-Perot-Resonator als Referenz verwendet. Niederfrequente Störungen mit großem Hub werden durch einen Piezokristall am Auskoppelspiegel des Laserresonators kompensiert; die hochfrequenten Anteile regelt eine Pockelszelle innerhalb des Laserresonators aus (Billing et al. 1982) Fluktuationen in der räumlichen Intensitätsverteilung des Laserstrahls reduziert ein sog. "Modenselektor" (Rüdiger et al. 1981).

Auf dem sog. "Mittelblock" des Interferometers befinden sich folgende optische Komponenten:

der Strahlteiler; er ist in seinen beiden Neigungsfreiheitsgraden ferngesteuert sehr fein justierbar.

je eine Pockelszelle für die beiden Arme; sie dienen zur Modulation der Phasendifferenz und als Stellglieder in einem optischen Regelkreis, der das Interferometer am gewünschten Arbeitspunkt hält, und schließlich

die beiden nahen Spiegel der optischen Verzögerungsleitungen (siehe Kap. III).

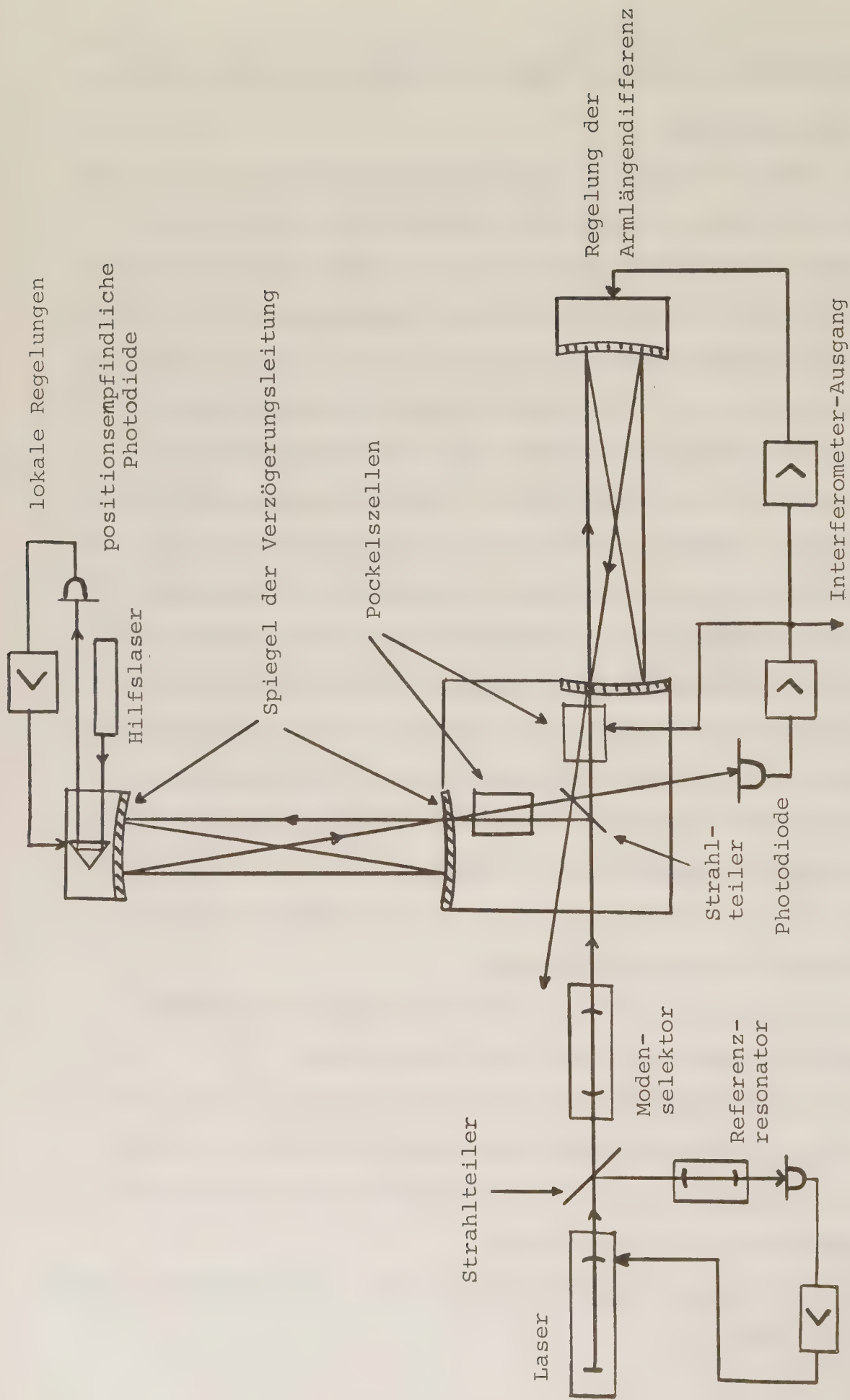


Fig. 3 Schematische Darstellung des Garchinger Prototyps einer Breitband-Gravitationswellenantenne. Eine genauere Beschreibung erfolgt im Text.

Durch ein Loch im nahen Spiegel tritt der Strahl in die Verzögerungsleitung ein, läuft mehrmals zwischen den Spiegeln hin und her (wobei die Anzahl der Reflexionen durch den Spiegelabstand festgelegt wird) und verläßt die Verzögerungsleitung durch die Eintrittsöffnung.

Die Messung der Armlängendifferenz geschieht durch eine Kompensationsmethode. Durch den oben erwähnten optischen Regelkreis wird das Interferometer am Arbeitspunkt gehalten. Das Interferometersignal ist die Spannung an den Pockelszellen, die vom Regelkreis erzeugt wird, um Abweichungen vom Arbeitspunkt zu kompensieren.

Wie anfangs erwähnt, bilden der Mittelblock und die zwei fernen Spiegel mit ihren Halterungen die drei Testmassen der Antenne. Um Schwankungen im Lichtweg aufgrund von Brechzahländerungen der Luft zu vermeiden, befindet sich das Interferometer im Vakuum. Ein Druck zwischen 10^{-1} und 10^{-2} Torr erwies sich bisher als ausreichend. Zur Isolation gegen lokale mechanische Anregungen wie Bodenerschütterungen oder Schall sind die Testmassen je an einem dünnen, ca. 60 cm langen Draht innerhalb der Vakuumanlage aufgehängt. Der Aufhängepunkt ist außerdem durch mehrere mechanische Filter, bestehend aus der Kombination einer Feder mit einer Masse, gegen hochfrequente Erschütterungen isoliert. Oberhalb der Resonanzfrequenz der Pendel sind die Pendelmassen horizontal praktisch frei beweglich; für eine Messung im kHz-Gebiet können sie daher als freie Testmassen angesehen werden.

Die Spiegelpositionen werden durch mehrere Regelkreise kontrolliert. Als Stellglieder dienen kleine Magnete auf den Spiegelhalterungen und davor stehende Luftspulen.

Es sind drei Arten von Regelkreisen im Einsatz. a) die sogenannten "lokalen" Regelungen, b) die Regelung der absoluten Armlänge und c) die Regelung der Armlängendifferenz.

- a) Die lokalen Regelungen verhindern ein Aufschaukeln der Testmassen bei den Resonanzfrequenzen der verschiedenen Freiheitsgrade, wie etwa der longitudinalen Pendelbewegung oder den Kippbewegungen. Außerdem werden die Spiegelachsen durch je eine Proportionalregelung in der Sollrichtung gehalten, um zu verhindern, daß der Lichtstrahl die Verzögerungsleitung seitlich verläßt. Zur Messung der Spiegelpositionen werden die Strahlen von ortsfesten He-Ne-Lasern an Prismen und Spiegeln auf den Testmassen reflektiert und mit ortsfesten, positionsempfindlichen Dioden registriert. Auf diese Weise werden jeweils 5 Freiheitsgrade der Testmassen geregelt.
- b) Aus Streulichtgründen (siehe Kap. IV) müssen die Armlängen des Interferometers ebenfalls stabilisiert werden. Dazu werden die Spiegel einer Verzögerungsleitung als optischer Resonator benutzt, und von einem He-Ne-Laser beleuchtet. Der zugehörige ferne Spiegel wird so nachgeschoben, daß der Spiegelabstand auf ein Vielfaches der Wellenlänge des roten He-Ne-Laserstrahls konstant bleibt. Die absolute Schwankung des Spiegelabstands kann damit auf einige nm reduziert werden.
- c) Die zweite Armlänge wird durch eine Regelung der Armlängendifferenz konstant gehalten. Dazu wurde im optischen Regelkreis des Hauptinterferometers neben den Pockelszellen ein weiteres Stellglied eingeführt: bei niedrigen

Frequenzen wird der zweite ferne Spiegel so nachgeschoben, daß die Armlängendifferenz konstant bleibt. Die verbleibenden Schwankungen sind nur noch von der Größenordnung 1 nm, so daß die optische Wegdifferenz selbst nach 100 Reflexionen sich um weniger als eine Lichtwellenlänge ändert.

Alle mechanischen Regelungen arbeiten bei Frequenzen unter 100 Hz und sind im angestrebten Meßbereich um 1 kHz unwirksam.

Dieser Prototyp einer Gravitationswellenantenne wurde aufgebaut, um Störquellen ausfindig zu machen und Gegenmaßnahmen zu entwickeln. Im folgenden Abschnitt sollen die wichtigsten Probleme beschrieben und Lösungswege aufgezeigt werden, soweit der Bereich außerhalb der Verzögerungsleitungen mitbetroffen ist. Diese werden anschließend behandelt.

2. Störquellen und Gegenmaßnahmen

2.1 Mechanische Störungen

Durch mechanische Störungen wird die Position der Spiegel verändert, und dadurch entstehen unerwünschte Signale. Eine ausführliche Behandlung der mechanischen Störungen erfolgte durch Billing et al. (1982). Es ist zu unterscheiden zwischen äußeren Anregungen wie etwa Seismik oder Schall und der thermischen Bewegung der Komponenten des Interferometers.

Eine sehr wirkungsvolle Isolation der Testmassen gegen äußere Anregungen stellt die Aufhängung in Form von Pendeln dar. Durch zusätzliche Isolation des Aufhängepunktes konnte die Pendelbewegung im Meßgebiet unter die gegenwärtige Schrotrauschgrenze gebracht werden.

Weit schwieriger ist es, die thermischen Bewegungen der optischen Komponenten des Interferometers im Meßgebiet klein genug zu halten. Als Beispiel sei eine Masse $M = 1 \text{ kg}$ betrachtet, die sich mit einer Resonanzfrequenz $\frac{\omega_0}{2\pi} = 1 \text{ kHz}$ um ihre Ruhelage bewegen kann. Die mittlere thermische Amplitude berechnet sich zu

$$\delta l = \sqrt{\frac{kT}{M\omega_0}} \approx 10^{-14} \text{ m} \quad (8)$$

Dabei ist k die Boltzmann-Konstante und T die Temperatur. Vergleichen wir den Zahlenwert mit der angestrebten Empfindlichkeit von 10^{-21} für $\frac{\delta l}{l}$ und setzen einen Spiegelabstand von 10^3 m voraus, so ist die thermische Bewegung um den Faktor 10^4 zu groß. Mit realistischen Annahmen über eine Vergrößerung der Masse oder einer Erniedrigung der Temperatur läßt sich dieses Problem nicht lösen. Der einzig sinnvolle Ausweg besteht darin, alle Resonanzfrequenzen der Komponenten des Interferometers außerhalb des Meßbereichs zu verlegen. Außerdem ist die Güte dieser Resonanzen hinreichend hoch zu wählen, damit die ins Meßgebiet reichenden Ausläufer klein genug bleiben: Die spektrale Dichte der thermischen Amplitude einer Masse M bei einer Resonanzfrequenz $\frac{\omega_0}{2\pi}$ ist gegeben durch (Weiss 1972)

$$\delta l_f^2 = \frac{4kT\omega_0}{MQ} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2\omega_0^2}{Q^2}} \quad (9a)$$

Q ist der Gütefaktor des schwingungsfähigen Gebildes. Liegt die Resonanzfrequenz oberhalb des Meßbereichs, also für $\omega_0 > \omega$, bleibt

$$\delta l_f^2 = \frac{4kT}{MQ\omega_o^3} \quad (9b)$$

Für $\omega_o < \omega$, wie etwa beim Ausläufer der Pendelresonanz im Meßbereich, gilt:

$$\delta l_f^2 = \frac{4kT\omega_o}{MQ\omega^4} \quad (9c)$$

Die Störsignale nach (9b) und (9c) werden umso unangenehmer, je größer die Meßempfindlichkeit wird. Zu beachten ist dabei, daß sich Abstandsänderungen der Spiegel N-fach auf den Lichtweg auswirken, da das Licht den Spiegelabstand N-mal durchläuft.

Als Beispiel für (9c) betrachten wir ein Pendel mit einer Eigenfrequenz von $\frac{\omega_o}{2\pi} = f_o = 1\text{Hz}$ und einer Güte von 10^6 ; die Pendelmasse sei wieder 10 kg. Wird in dem Frequenzintervall zwischen $f_1 = 500\text{ Hz}$ und $f_2 = 1,5\text{ kHz}$ beobachtet, so ergibt sich für die mittlere Amplitude der Pendelmasse aufgrund der thermischen Anregung:

$$\delta l = \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} \delta l_f^2 df} = \sqrt{\frac{kTf_o}{6\pi^3 MQ} \left(\frac{1}{f_1^3} - \frac{1}{f_2^3} \right)} = 1,3 \cdot 10^{-19}\text{m}$$

Für dieses spezielle Pendel muß daher der Spiegelabstand bereits größer als 100 m gewählt werden, damit die betrachtete Störung klein genug bleibt.

In einem Beispiel zu (9b) wird wieder eine Masse von 10 kg angenommen, jedoch eine Resonanzfrequenz von 5 kHz. Bei einer Güte von 10^5 und einer Beobachtungsbandbreite von 1 kHz ergibt sich eine mittlere Amplitude von $0,7 \cdot 10^{-18}\text{m}$; dieser Wert ist gerade noch zulässig bei einem Spiegelabstand von 10^3m .

Das thermische Rauschen erfordert somit einen Aufbau des Interferometers mit hohen Eigenfrequenzen und großen mechanischen Güten. Diese Bedingungen sind nicht leicht zu erfüllen, insbesondere bei sehr großen Lichtwegen. Dafür müssen nämlich die Spiegeldurchmesser der Verzögerungsleitungen unbequem groß dimensioniert werden (siehe Kap. III). Anordnungen mit optischen Resonatoren anstelle von Verzögerungsleitungen sind in dieser Hinsicht günstiger.

2.2. Störsignale durch Schwankungen im Laserstrahl

Die meisten Störquellen, die bisher untersucht wurden, standen im Zusammenhang mit Eigenschaften des verwendeten Lasers. Schwankungen im Laserstrahl führen zu Störsignalen, wenn sie mit einer geeigneten Unsymmetrie des Interferometers zusammenreffen. Da sich der Laser nicht beliebig gut stabilisieren läßt, war eine genauere Untersuchung der Verzögerungsleitungen in einem Michelsoninterferometer notwendig, wie sie in den Kapiteln III und IV beschrieben wird. Die maßgeblichen Eigenschaften des Lasers in diesem Zusammenhang sind Fluktuationen in der Lichtleistung, in der Intensitätsverteilung und in der Frequenz.

2.2.1 Schwankungen in der Lichtleistung

Intensitätsschwankungen können zwar durch eine Stabilisierung des Lasers reduziert werden; es war jedoch bisher ausreichend mit einer Nullmethode zu arbeiten, bei der z.B. beide Ausgangsstrahlen des Interferometers verwendet werden und die Differenz ihrer Intensität gebildet wird. Arbeitspunkt ist eine Stelle gleicher Intensität, also einer der Schnittpunkte der beiden Kurven in Fig. 1b. Die Differenz bleibt auch dann Null, wenn sich die

Intensität der Lichtquelle ändert; bei einer Änderung der Lichtwegdifferenz jedoch nimmt eine der beiden Intensitäten zu und die andere ab, und es entsteht das zu messende Interferometersignal.

Eine andere Nullmethode nutzt die Tatsache aus, daß die Laserintensität oberhalb einer gewissen Grenzfrequenz, in unserem Fall ab 10 MHz, nur noch Schrotrauschen zeigt. Durch eine Modulation der Phasendifferenz mit anschließender Gleichrichtung wird die Messung gewissermaßen in dieses Frequenzgebiet verlegt. Es wird nur ein Austrittsstrahl verwendet. Arbeitspunkt ist ein Interferenzminimum. Durch die Modulation der Phasendifferenz im Interferometer mit 10 MHz entsteht im Photostrom ein 10 MHz-Signal, dessen Stärke proportional ist zu einer als klein angenommenen Abweichung vom Minimum. Die anschließende phasenempfindliche Gleichrichtung bringt zwar die Intensitätsschwankungen aus der Nähe von 10 MHz ins Meßgebiet, aber diese sind, wie eben erwähnt, nur noch statistisch entsprechend der Schottky-Beziehung (1).

Die Intensitätsschwankungen des Lasers um 1 kHz stören bei einer Nullmethode nur noch proportional zu einer Abweichung vom Arbeitspunkt. Eine vorgegebene Abweichung $\delta L(\omega)$ bei der Frequenz $\omega/2\pi$ wird durch den Hauptregelkreis des Interferometers mit Ringverstärkung $G(\omega)$ reduziert auf $\frac{\delta L(\omega)}{G(\omega)}$. Die Ringverstärkung muß so hoch gewählt werden, daß die durch Integration über alle Frequenzen sich ergebende restliche Gesamtabweichung δL klein genug ist, um die Intensitätsschwankungen hinreichend unwirksam zu machen. Die Erfüllung dieser Forderung bereitete bisher keine Schwierigkeiten.

In unserem Experiment wurde die Modulationsmethode aus drei Gründen gewählt:

Einmal ist die auf die Photodiode auftreffende Lichtleistung klein, denn der Arbeitspunkt liegt im Interferenzminimum. Wegen der begrenzten zulässigen Leistungsdichte auf den Photodioden wird dieser Punkt wichtig, wenn hohe Laserleistungen verwendet werden. Zum Anderen können bei der Differenzmethode Störungen unsymmetrisch auf die beiden Wege zwischen der Überlagerung auf dem Strahlteiler und der Differenzbildung einwirken. Eine entsprechende Störanfälligkeit gibt es bei der Modulationsmethode nicht, weil an dieser Stelle die Information auf der relativ hohen Frequenz von 10 MHz übertragen wird, bei der bisher noch keine Störungen festgestellt werden konnten. Schließlich bietet die Modulationsmethode die Möglichkeit, den zweiten Austrittsstrahl des Interferometers für andere Zwecke zu benutzen, etwa durch Rückführung zur Erhöhung der effektiven Laserleistung und zur weiteren Stabilisierung der Frequenz. Bezüglich der erreichbaren Empfindlichkeit sind die beiden erwähnten Nullmethoden gleichwertig.

2.2.2 Schwankungen in der Intensitätsverteilung des Laserstrahls

Eine weitere Störquelle sind Schwankungen in der Geometrie des Laserstrahls im Zusammenhang mit einer Unsymmetrie des Interferometers. Das einfachste Beispiel sind Fluktuationen in der Strahlposition kombiniert mit einem Keilwinkel zwischen den interferierenden Wellenfronten. Bei einem völlig symmetrischen Interferometer würde eine seitliche Versetzung nicht stören; bildet jedoch der Strahlteiler einen Fehlwinkel α mit

der Symmetrieebene zwischen den beiden nahen Spiegeln der Verzögerungsleitungen, so bewirkt eine seitliche Versetzung δx eine Änderung in der Wegdifferenz von

$$\delta L = 2\alpha\delta x . \quad (10)$$

Die Ortsänderung des Laserstrahls in der Umgebung von 1 kHz entspricht im Fall des CR8 einem Wert von etwa $10^{-10} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$. Bei der jetzigen Empfindlichkeit des Experiments muß α kleiner als 10^{-5} sein, um das zugehörige Störsignal klein genug zu halten.

Weitere Möglichkeiten für Störungen durch Schwankungen in der Strahlgeometrie sind z.B. Neigungen des Strahls zusammen mit unterschiedlich langen Lichtwegen in Materialien in den beiden Armen, oder ein Pulsieren des Strahldurchmessers zusammen mit unterschiedlichen Krümmungen der interferierenden Wellenfronten.

Symmetrie in dem erforderlichen Maße herzustellen und langfristig zu erhalten ist schwierig. Eine Reduzierung der Anforderungen an den Aufbau des Interferometers brachte der Modenselektor, der zur Unterdrückung von Schwankungen in der räumlichen Intensitätsverteilung des Laserstrahls dient (Rüdiger et al. 1981). Er besteht aus einem sphärischen Fabry-Perot-Resonator, dessen Verhältnis Länge zu Krümmungsradius so eingestellt wird, daß nur ein einziger longitudinaler Eigenmode entsteht. Der Laserstrahl wird diesem Mode angepaßt, so daß, bei hinreichend kleinen Verlusten in den Resonatorspiegeln, praktisch die gesamte Lichtintensität transmittiert wird.

Schwankungen in der Geometrie des Laserstrahls können beschrieben werden als eine Addition von anderen Moden des Resonators, für die jedoch keine Resonanz vorliegt, d.h. die unerwünschten Lichtanteile können den Resonator nicht durchsetzen, sie werden reflektiert. Dadurch wird eine geringfügige zusätzliche Schwankung der Lichtintensität bewirkt, die jedoch wegen der verwendeten Nullmethode nicht stört.

2.2.3 Frequenzrauschen des Lasers

Zuletzt seien die Frequenzschwankungen des Laserlichts erwähnt. Sie führen zu Störsignalen, wenn die Lichtwege der interferierenden Strahlen unterschiedlich sind. Eine Änderung der Laserfrequenz ν um $\delta\nu$ ist für das Interferometer äquivalent mit einer Änderung der Wegdifferenz ΔL um δL :

$$\delta L = \Delta L \frac{\delta\nu}{\nu} \quad (11)$$

Wegunterschiede treten auf wegen der unvermeidlichen Toleranz in den Krümmungsradien der Spiegel. Für die Position des Austrittsstrahls ist das Verhältnis Spiegelabstand ℓ zu mittlerem Krümmungsradius $\bar{R}$ der Verzögerungsleitung maßgebend (siehe Kap. III). Um für den Fall einer gleichen Anzahl von Reflexionen in den beiden Armen optimale Interferenz zu erhalten, muß auch jeweils das gleiche Verhältnis $\ell/\bar{R}$ eingestellt werden.

Der Wegunterschied ΔL in der 3m-Apparatur ist üblicherweise von der Größenordnung einiger Zentimeter, entsprechend einer Differenz zwischen den mittleren Krümmungsradien der beiden Verzögerungsleitungen von einigen zehntel Millimetern (siehe Kap. III). Der unstabilisierte Laser zeigt im kHz-Gebiet eine

spektrale Dichte des Frequenzrauschens von etwa $20 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$.

Nach (11) ergibt das ein Interferometersignal von $\delta L \approx 10^{-15} \frac{\text{m}}{\sqrt{\text{Hz}}}$, was bei der gegenwärtigen Empfindlichkeit gerade zu stören beginnt. Bei einer Anordnung mit großem Spiegelabstand und entsprechend großen Krümmungsradien der Spiegel sind auch größere Wegdifferenzen zwischen den beiden Armen zu erwarten (siehe Kap. III). Im gleichen Maße wächst auch das Signal aufgrund von Frequenzschwankungen.

Eine möglicherweise noch stärkere Auswirkung haben Frequenzschwankungen im Zusammenhang mit Streulicht. Dies wird in Kap. IV ausführlich behandelt.

Aus den erwähnten Gründen wurde daher die Frequenz des Lasers zunächst in der üblichen Weise passiv stabilisiert, indem die Spiegel aus dem von der Wasserkühlung erschütterten Laserkopf entfernt und separat auf eine stabile Granitplatte montiert wurden. Dadurch wurde eine deutliche Verbesserung der Frequenzstabilität bei niedrigen Frequenzen bis zu etwa 1 kHz erreicht. Außerdem wurde eine aktive Regelung entwickelt. Ein konfokaler sphärischer Fabry-Perot-Resonator dient als Referenz. Die für die Frequenz bestimmende optische Länge des Resonators wird mit Hilfe von zwei Stellgliedern konstant gehalten: niederfrequente Abweichungen kompensiert ein Piezokristall durch Verschiebung des Auskoppelspiegels, und die hochfrequenten Anteile regelt eine Pockelszelle innerhalb des Laserresonators aus. Der bisher erreichte Wert der Frequenzschwankungen des Lasers im kHz-Gebiet entspricht $0.1 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$. Eine weitere Verbesserung soll durch einen zweiten Regelkreis erzielt werden. Er wurde bereits in einem Vorversuch getestet (Billing et al. 1982). Dazu wird

ein Teil des Laserstrahls vor dem Interferometer mit Licht aus dem zweiten, bisher unbenutzten Ausgang überlagert, ähnlich wie in Fig. 2, jedoch ohne Rückführung von Licht. Wegen der großen Wegdifferenz können Frequenzschwankungen sehr genau gemessen und ausgeregelt werden. Das Stellglied ist eine weitere Pockelszelle zur Phasenmodulation des Lichts. Der zweite Regelkreis ist völlig unabhängig vom ersten; er verändert die Phase des Lichts erst, nachdem es den Laser verlassen hat.

Mit einer Weiterentwicklung des angegebenen Konzepts kann man hoffen, die Anforderungen an die Frequenzstabilität in einem großen Experiment erfüllen zu können.

Zum Abschluß dieser kurzen Übersicht soll noch in Fig. 4 ein Spektrum des Interferometersignals gezeigt werden, das den gegenwärtigen Stand des Experiments beschreibt.

In der Umgebung von 1 kHz ist die Schrotrauschgrenze für 10 mA Photostrom praktisch erreicht. Dies entspricht einer Schwankung in der Lichtwegdifferenz von etwa $10^{-15} \frac{\text{m}}{\sqrt{\text{Hz}}}$, oder $3 \cdot 10^{-14} \frac{\text{m}}{\sqrt{\text{kHz}}}$. Zusammen mit einem Lichtweg von 420 m ergibt sich damit eine Meßgenauigkeit für den relativen Abstand von $\frac{\delta L}{L} \approx 10^{-16} \frac{1}{\sqrt{\text{kHz}}}$.

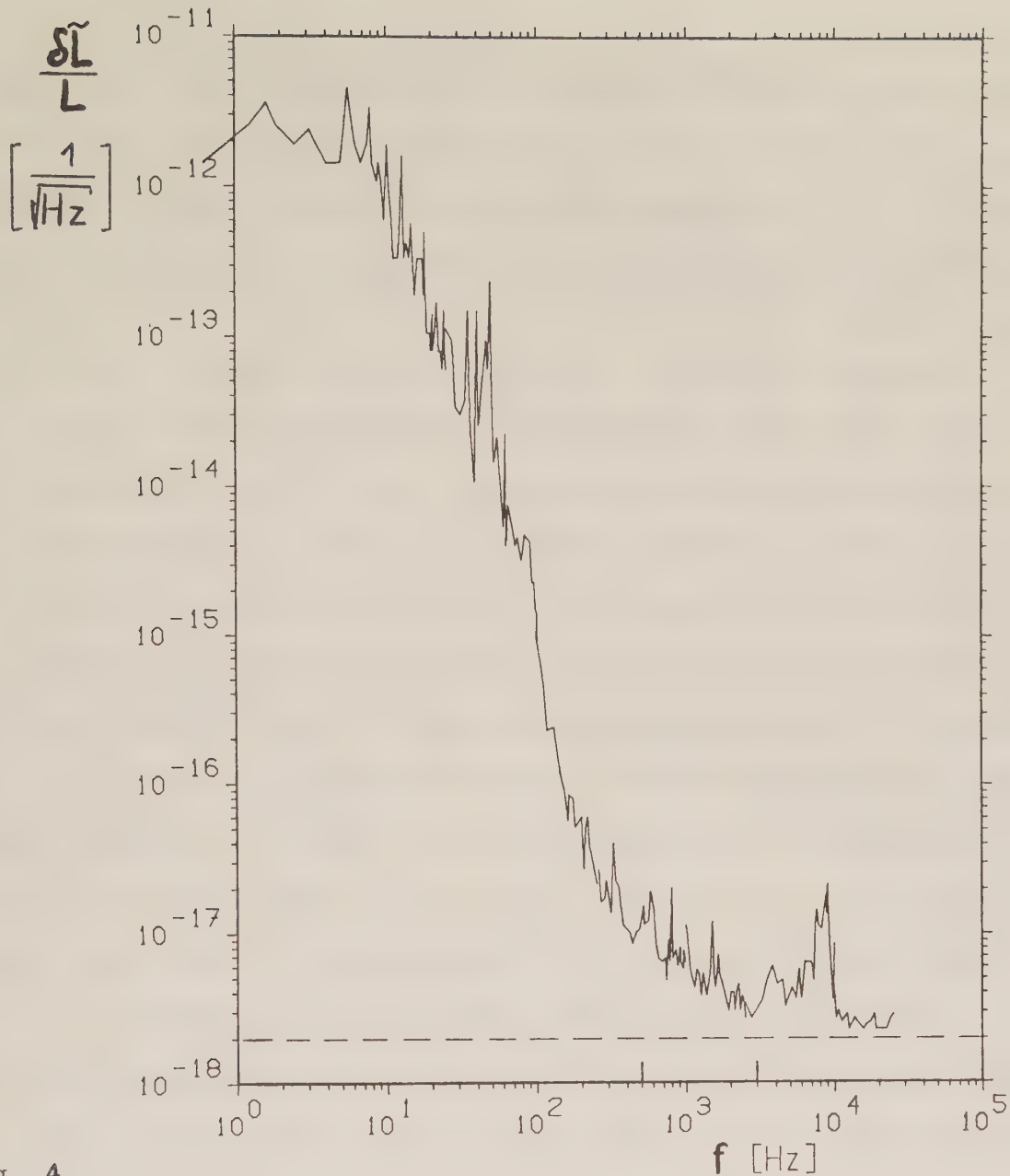


Fig. 4

Spektrum des Interferometersignals mit einem Spiegelabstand $\ell = 3 \text{ m}$, $N = 138$ Strahlen entsprechend einem Lichtweg von $L = 420 \text{ m}$ und einer effektiven Lichtleistung auf der Photodiode von 50 mW .

Ein wesentlicher Teil des geplanten großen Experiments ist die Realisierung eines etwa 100 km langen Lichtweges. Spiegelabstände in dieser Größenordnung sind nur mit einem enormen Kostenaufwand zu realisieren. Wie bereits erwähnt wird daher der

Einsatz von optischen Verzögerungsleitungen oder von optischen Resonatoren geplant, um die Dimensionen der Anordnung zu reduzieren. In den folgenden Kapiteln werden die Probleme behandelt, die sich bei der Verwendung von optischen Verzögerungsleitungen ergeben.

III. Die optische Verzögerungsleitung

Für die Untersuchung der Eigenschaften von optischen Verzögerungsleitungen ist es zweckmäßig, vom Strahlverlauf in einer symmetrischen Anordnung mit Kugelspiegeln auszugehen. Dafür werden sowohl die Beziehungen für die Lage der Reflexionen als auch für die Länge des Lichtwegs angegeben, sowie dessen Änderung aufgrund von Lageänderungen der Spiegel. Anschließend wird die Frage untersucht, wie sich Abweichungen des Krümmungsradius eines Spiegels von einem bestimmten Sollwert auswirken und wie genau die Krümmungsradien der Spiegel untereinander gleich sein müssen. Im darauffolgenden Abschnitt wird der Strahlverlauf in einer Verzögerungsleitung mit astigmatischen Spiegeln beschrieben. Damit kann die Spiegeloberfläche besser ausgenutzt werden, als es mit sphärischen Spiegeln möglich ist. Dieser Punkt ist besonders wichtig bei einem sehr großen Lichtweg. Wie gezeigt wird, müssen nämlich für diesen Fall die Spiegeldurchmesser der Verzögerungsleitungen selbst bei möglichst dichter Packung der Reflexionen unangenehm groß sein. Es wird für eine Reihe unterschiedlicher Anordnungen der zugehörige erforderliche Spiegeldurchmesser berechnet. Schließlich werden noch Methoden beschrieben, wie mit Hilfe von Verzögerungsleitungen die Krümmungsradien vorgegebener Spiegel bestimmt werden können.

1. Strahlengang und Lichtweg in einer symmetrischen Verzögerungsleitung

Im einfachsten Fall besteht eine optische Verzögerungsleitung aus zwei sphärischen Hohlspiegeln mit gleichem Krümmungsradius R , die sich im Abstand ℓ gegenüberstehen (Herriott et al.

1964, Herriott et al. 1965). Der Strahlengang in einer solchen Anordnung ist der gleiche wie in einer unendlichen Reihe dünner Linsen mit Brennweite $f = R/2$, die jeweils im Abstand ℓ aufeinander folgen.

Die optische Achse sei die z-Achse. Für achsennahe Strahlen erfolgt die Abbildung der x-Koordinaten der Reflexionspunkte auf den Spiegeln unabhängig von den zugehörigen y-Koordinaten und umgekehrt. Es gilt in beiden Fällen die Beziehung (Pierce 1954):

$$r_{n+2} - (2 - \ell/f) r_{n+1} + r_n = 0 \quad (12)$$

Gezählt werden hierbei alle Reflexionen; gerade n sollen zum Eintrittsspiegel gehören, ungerade n zum fernen Spiegel. Gleichung (12) wird mit den üblichen Methoden der geometrischen Optik gewonnen, mit einem Hilfsstrahl parallel zum Lichtstrahl durch den Brennpunkt:

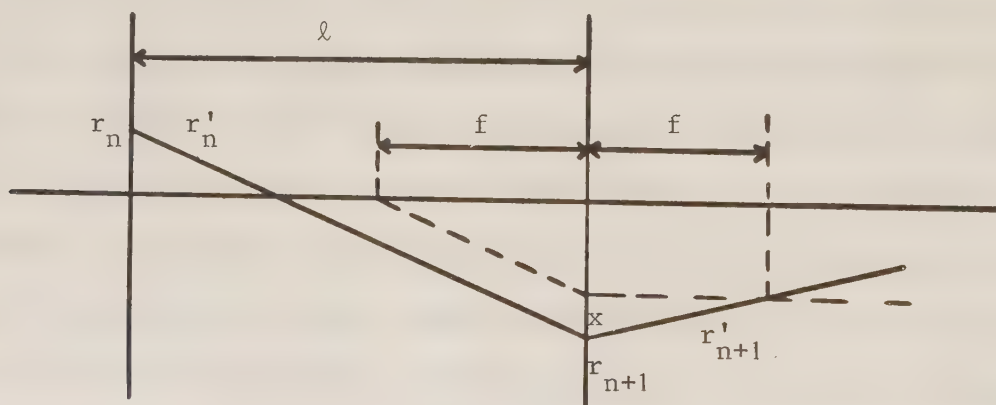


Fig. 5

Zur Berechnung des Strahlengangs in einer symmetrischen Verzögerungsleitung.

r'_n bezeichnet die Steigung des Strahls für die Koordinate r nach der n -ten Reflexion

$$r'_n = \frac{r_{n+1} - r_n}{\ell} \quad ; \quad r'_{n+1} = \frac{x}{f}$$

$$r_n' = \frac{r_{n+1} + x}{f} \quad \left(= \frac{r_{n+1} + f r_{n+1}'}{f} \right) = \frac{r_{n+1}}{f} + r_{n+1}'$$

$$\frac{1}{f} = \frac{r_n' - r_{n+1}'}{r_{n+1}}$$

$$\text{Analog: } r_{n+2} = \ell r_{n+1}' + r_{n+1} = r_{n+1} + \ell \left(r_n' - \frac{r_{n+1}}{f} \right) = r_{n+1} \left(1 - \frac{\ell}{f} \right) + r_n - r_n$$

$$r_{n+2} - \left(2 - \frac{\ell}{f} \right) r_{n+1} + r_n = 0$$

Lösung von (12) ist

$$r_n = r_c \cos n\theta + r_s \sin n\theta \quad (13a)$$

$$\text{mit } \cos \theta = 1 - \frac{\ell}{2f} = 1 - \frac{\ell}{R} \quad (14)$$

wie durch Einsetzen von (13a) und (14) in (12) direkt zu sehen ist.

θ ist eine Hilfsgröße, die im Folgenden häufig verwendet wird.

Aus (13a) und (14) folgt auch, daß nur für $\ell < 4f = 2R$ stabile, d.h. geschlossene Strahlengänge möglich sind. Die Parameter r_c und r_s in (13a) können durch die Anfangsbedingungen ersetzt werden:

$$r_n = r_o \cos n\theta + \sqrt{\frac{\ell}{2R-\ell}} (r_o + R r_o') \sin n\theta \quad (13b)$$

$$= \sqrt{\frac{2R}{2R-\ell}} \left(r_o^2 + \ell r_o r_o' + \frac{R}{2} r_o'^2 \right) \sin \left(n\theta + \arctan \frac{\sqrt{\frac{\ell}{2R-\ell}}}{1 + R \frac{r_o'}{r_o}} \right)$$

wobei r_o die Koordinate auf der ersten Linse bzw. auf dem Eintrittsspiegel und r_o' die Strahlneigung an dieser Stelle bedeutet.

Die Koordinaten der Reflexionspunkte auf den Spiegeln genügen somit den Gleichungen:

$$\begin{aligned}x_n &= x_{\max} \sin (n\theta + \theta_{x_0}) \\y_n &= y_{\max} \sin (n\theta + \theta_{y_0})\end{aligned}\tag{13c}$$

Im allgemeinen Fall liegen die (x_n, y_n) auf einer Ellipse, deren Mittelpunkt auf der optischen Achse zu finden ist; die Form und die Orientierung ist durch die Einschubparameter x_0, x'_0 und y_0, y'_0 gegeben.

Für die kreisförmige Anordnung der Reflexionen ist

$$x_{\max} = y_{\max} = w_K \text{ und } \theta_{x_0} = \theta_{y_0} \pm \frac{\pi}{2}.$$

Ein Kreis ergibt sich z.B. für

$$\begin{aligned}x_n &= w_K \sin (n\theta + \frac{\pi}{2}) = w_K \cos n\theta \\y_n &= w_K \sin n\theta\end{aligned}\tag{13d}$$

w_K ist der Radius des Kreises, auf dem die Mittelpunkte der Reflexionen liegen.

In dieser Darstellung ist die Bedeutung der Hilfsgröße θ besonders anschaulich zu sehen: zwei aufeinander folgende Reflexionen sind um den Winkel θ versetzt. Auf einem Spiegel folgen zwei Reflexionen um 2θ versetzt aufeinander.

In der konfokalen Einstellung ist $\ell = R$, also $\cos \theta = 0$ oder $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$. Es gilt somit: $(x_4, y_4) = (x_0, y_0)$, d.h. der 4. Reflexionsfleck trifft wieder genau auf die Eintrittsöffnung, unabhängig von der Einschubbedingung (es sei denn, der Eintrittsstrahl trifft senkrecht auf den fernen Spiegel und wird in sich reflektiert, so daß bereits $(x_2, y_2) = (x_0, y_0)$).

Die konfokale Anordnung mit den zugehörigen 4 Strahlen nimmt eine Sonderstellung ein; wie aus dem folgenden Abschnitt deutlich wird, entspricht sie dem Grenzfall unendlich vieler Strahlen. Für die weitere Beschreibung des Strahlverlaufs im allgemeinen Fall sei $\ell = R + \Delta\ell$; für $\ell < R$ gelten die gleichen Gesetzmäßigkeiten. Nach (14) ist dann

$$\cos\theta = 1 - \ell/R = -\Delta\ell/R$$

Wir wählen

$$\theta = \frac{\pi}{2} + \delta\theta; \quad (15a)$$

$-\theta = \frac{\pi}{2} + \delta\theta$ ist ebenfalls eine Lösung und liefert den entgegengesetzten Umlaufsinn der Reflexionen.

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \delta\theta\right) = -\sin\delta\theta = -\frac{\Delta\ell}{R}$$

$$\sin\delta\theta = \Delta\ell/R \quad (15b)$$

In Fig. 6 sind die Reflexionspunkte auf den Spiegeln für eine kreisförmige Anordnung skizziert, so wie sie ein Beobachter von der Rückseite des Eintrittsspiegels aus sieht. Gerade Indizes gehören zum Eintrittsspiegel, ungerade zum fernen Spiegel.

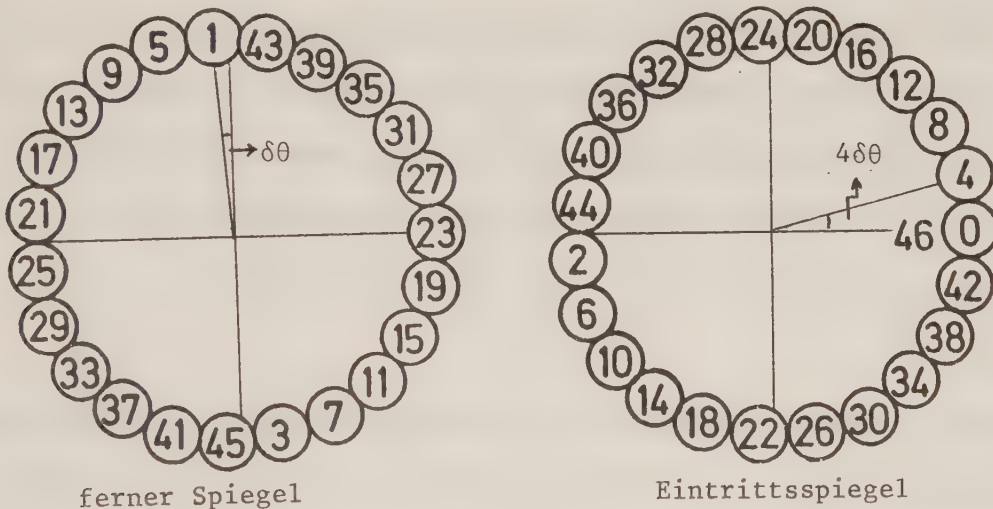


Fig. 6

Die Reflexionsflecken auf den Spiegeln der Verzögerungsleitung für $N = 46$ Strahlen

Jede Reflexion erscheint gegenüber der vorhergehenden um $\frac{\pi}{2} + \delta\theta$ versetzt, wobei $\delta\theta$ allein durch den Spiegelabstand und den Krümmungsradius der Spiegel gegeben ist. Der 4. Reflex liegt um $4\delta\theta$ neben der Eintrittsöffnung.

Für diskrete Werte von $\Delta\ell$ und damit von $\delta\theta$ trifft der Strahl nach einer bestimmten Anzahl N von Reflexionen wieder in die

Eintrittsöffnung^{*} .

Es gilt dann: $N \cdot \Theta = m \cdot 2\pi$

m ist eine ganze Zahl; N ist gerade, denn der Strahl soll die Verzögerungsleitung wieder durch den nahen Spiegel verlassen.

$$N \left(\frac{\pi}{2} + \delta\Theta \right) = \frac{N}{2}\pi + N\delta\Theta = m2\pi$$

Im einfachsten Fall ist $N/2$ ungerade und $\delta\Theta = \pi/N^\dagger$, also

$$\sin \frac{\pi}{N} = \frac{\Delta\ell}{R} \quad , \quad \ell = R \left(1 + \sin \frac{\pi}{N} \right) \quad (16)$$

Dafür ist $\Delta\ell = \ell - R$ am kleinsten für eine gegebene Anzahl von Reflexionen, d.h. man ist so nahe wie möglich am konfokalen Fall. Dadurch wird der Gesamtlichtweg weitgehend unempfindlich gegen Verkippungen der Spiegel (siehe (19c)).

Wie bereits erwähnt, folgen auf einem Spiegel die Reflexionen im Abstand 2Θ aufeinander; hier also im Abstand $\pi + \frac{2\pi}{N}$.

In einer symmetrischen Verzögerungsleitung kann somit die Anzahl der Strahlen allein mit dem Spiegelabstand eingestellt werden.

* Streng genommen gehören zu N Strahlen nur $N-1$ Reflexionen.

Da üblicherweise $N \gg 1$ ist, wollen wir der Einfachheit halber weiterhin von N Reflexionen sprechen.

[†] 46 Reflexionen können z.B. auch mit $\delta\Theta = \frac{3\pi}{46}$ eingestellt werden; die Reihe 2,6,10,...46, die im Fall $\delta\Theta = \frac{\pi}{46}$ einen Halbkreis beschreibt, würde dann $1 \frac{1}{2}$ Kreise durchlaufen; das zugehörige $\Delta\ell$ wäre jedoch dreimal größer. Wird $\Theta = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{N}$ gewählt mit $\frac{N}{2}$ als gerader Zahl, so ist nach N Reflexionen die Wiedereintrittsbedingung noch nicht erfüllt; die sich einstellende Anzahl von Strahlen ist daher größer als N .

Falls (16) erfüllt ist, gilt: $(x_N, y_N) = (x_O, y_O)$. Wäre der Strahl nicht durch eine Öffnung sondern durch das Spiegelsubstrat eingebracht worden, dann würde gelten:

$$(x_{N+1}, y_{N+1}) = (x_1, y_1) \quad (17)$$

Der in der Verzögerungsleitung erneut umlaufende Strahl fiele mit dem Eintrittsstrahl zusammen. Dies ist die sogenannte Wiedereintrittsbedingung.

Zur Erfüllung der Wiedereintrittsbedingung war es nicht notwendig, spezielle Einschußbedingungen einzuhalten. (13a) bzw. (13c) und damit auch (17) folgen ausschließlich aus den Abbildungseigenschaften der Anordnung.

Aus diesem Grunde ist eine Verzögerungsleitung auch sehr leicht zu justieren. Es muß nur gewährleistet sein, daß die Reflexionspunkte auf den Spiegeln bleiben. Eine Neigung des fernen Spiegels z.B. würde nur die Lage der optischen Achse ändern und damit die Anfangsbedingungen; aber auch in dem neuen Bezugssystem würde gelten: $(x_N, y_N) = (x_O, y_O)$, $(x_{N+1}, y_{N+1}) = (x_1, y_1)$.

Aus diesen beiden Gleichungen folgt auch: der Austrittsstrahl verhält sich bei Erfüllung der Wiedereintrittsbedingung so, als ob er an der Rückseite der spiegelnden Fläche des nahen Spiegels reflektiert worden wäre. Dies wird unmittelbar einsichtig, wenn man sich den Kugelspiegel an dieser Stelle durch einen ebenen Spiegel mit gleicher Normalen ersetzt denkt, so wie es für einen Strahl der geometrischen Optik erlaubt ist.

Im Abschnitt (III,4) wird gezeigt, daß die Aussage sogar noch für die wellenoptische Beschreibung der Anordnung gilt.

Der gesamte Aufbau eines Michelson Interferometers mit einer Verzögerungsleitung in jedem Arm ist "sehr stabil, wenn

der Strahlteiler zusammen mit den beiden nahen Spiegeln auf einem festen Block montiert wird" (Rainer Weiss, private Mitteilung). Diese Aussage bedeutet: der ferne Spiegel darf um den Durchstoßpunkt der optischen Achse durch seine Oberfläche gekippt oder senkrecht zur optischen Achse versetzt werden, ohne daß dies den austretenden Strahl in seiner räumlichen Lage verändert.

Der gesamte Lichtweg L ist in sehr guter Näherung durch $N \cdot \ell$ gegeben, wobei der Spiegelabstand ℓ durch die Länge der optischen Achse zwischen den Spiegeln definiert ist. So liefert die numerische Rechnung für den ebenen 4-Strahlfall mit $\ell = R$ und achsenparallelem Eintrittsstrahl einen Lichtweg von

$$L = 4R \left(1 + \frac{w_K^4}{4R^4} \right) \quad (18)$$

w_K ist der Abstand des Eintrittsstrahls von der Achse.

Eine numerische Behandlung des allgemeinen räumlichen N-Strahl-Falles mit verschiedenen Randbedingungen ergibt Ausdrücke ähnlich (18), wobei das R vor der Klammer durch ℓ zu ersetzen ist. Für achsennahe Strahlen ist daher, wie eben erwähnt, der N-fache Spiegelabstand eine gute Näherung für den Lichtweg (A. Rüdiger, unveröffentlichte Arbeiten).

Werden die Spiegel in ihrer relativen Lage zueinander verändert, dann ist mit dem neuen Spiegelabstand auch der neue Lichtweg gegeben. Die Änderung des Lichtwegs aufgrund einer Lageänderung der Spiegel soll jetzt berechnet werden.

Jede Lageveränderung der Spiegel gegeneinander kann zusammengesetzt werden aus drei Vorgängen:

- a) eine Veränderung des Spiegelabstands um $\delta \ell$
- b) eine Neigung des Spiegels um den Durchstoßpunkt der optischen Achse durch den Spiegel

c) Eine Verschiebung des Spiegels senkrecht zur optischen Achse.

Die optische Achse ist definiert als gemeinsame Normale der beiden Spiegeloberflächen. Da jede Normale auf einen Kugelspiegel durch dessen Krümmungsmittelpunkt geht, kann die optische Achse auch definiert werden als die Gerade durch die Krümmungsmittelpunkte der beiden Spiegel.

Zu a) Dies ist der Freiheitsgrad, der im Experiment gemessen werden soll. Die Änderung des Lichtweges ist $N \delta l$.

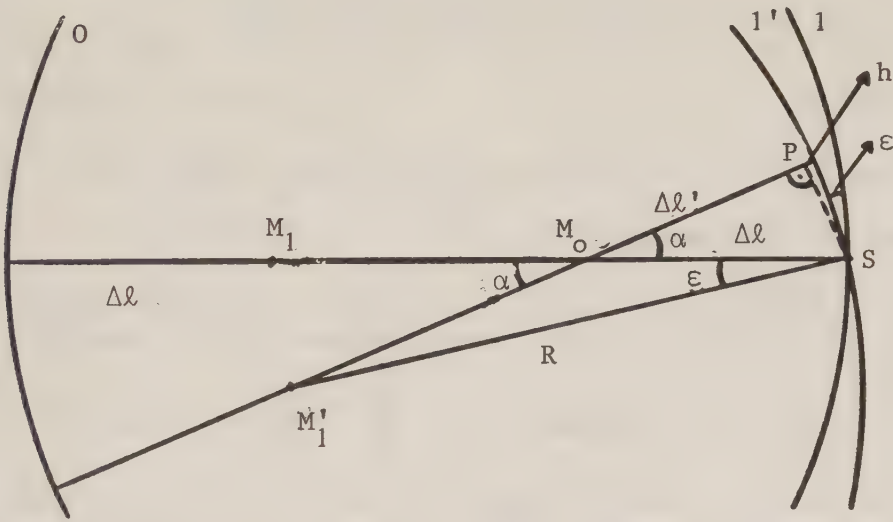


Fig. 7

Längenänderung der optischen Achse zwischen den Spiegeln bei Neigung eines Spiegels.

b) Bei einer Neigung des Spiegels erhält man die Änderung des Lichtweges mit Hilfe von Fig. 7. M_O ist der Krümmungsmittelpunkt des Spiegels O, M_1 der des Spiegels 1 vor der Drehung, M'_1 derselbe nach der Drehung. Der Spiegel werde um ε geneigt. Aus dem Dreieck M_O, M_1, M'_1 :

$$\alpha = \varepsilon R / (R - \Delta l)$$

Aus den Dreiecken $M_O SP$ und $M'_1 SP$:

$$(R - h)^2 + (\Delta l \sin \alpha)^2 = R^2$$

$$\text{Daraus: } h \approx \frac{\varepsilon^2}{2} \frac{R (\Delta \ell)^2}{(R - \Delta \ell)^2}$$

$$\Delta \ell' = \Delta \ell \cos \alpha + h = \Delta \ell \left[1 - \frac{\varepsilon^2}{2} \frac{R^2}{(R - \Delta \ell)^2} \left(1 - \frac{\Delta \ell}{R} \right) \right]$$

$$\Delta \ell' - \Delta \ell \approx - \frac{\varepsilon^2}{2} \frac{R (\ell - R)}{2R - \ell} \quad (19a)$$

Der Gesamtlichtweg ändert sich um

$$\delta L = N (\Delta \ell' - \Delta \ell) = -N \frac{\varepsilon^2}{2} \frac{R (\ell - R)}{2R - \ell} \approx -\frac{N \Delta \ell}{2} \varepsilon^2 \quad (19b)$$

Bei einer bestehenden Neigung ε_0 des fernen Spiegels interessiert die infinitesimale Änderung bei kleinen Sörungen:

$$d(\delta L) = -N \Delta \ell \varepsilon_0 d\varepsilon \quad (19c)$$

c) Ganz analog zu b) ergibt sich bei einer seitlichen Versetzung des fernen Spiegels um Δy :

$$\Delta \ell' = \Delta \ell - \frac{(\Delta y)^2}{2(2R - \ell)} \quad (20a)$$

$$\delta L = N (\Delta \ell' - \Delta \ell) = -N \frac{(\Delta y)^2}{2(2R - \ell)} \approx -\frac{N}{2} \frac{(\Delta y)^2}{R} \quad (20b)$$

$$d(\delta L) = -N \frac{\Delta y d(\Delta y)}{2R - \ell} \approx -N \frac{\Delta y}{R} d(\Delta y) \quad (20c)$$

Wegen der durch die Gleichungen (19) und (20) beschriebenen Eigenschaften einer Verzögerungsleitung koppeln die Spiegelbewegungen in anderen Freiheitsgraden nur sehr wenig in den zu messenden Spiegelabstand (R. Weiss, private Mitteilung).

2. Unterschiedliche Krümmungsradien der Spiegel

Bisher wurden die beiden Spiegel der Verzögerungsleitung als ideale Kugelspiegel mit gleichem Krümmungsradius R angenommen. Dies ist in der Praxis natürlich nicht der Fall. Für manche Zwecke ist eine gewisse Unsymmetrie jedoch unvermeidlich, etwa wenn mit Hilfe eines Spiegels mit bekanntem Krümmungsradius derjenige eines anderen Spiegels bestimmt werden

soll (III,5) oder wenn zur besseren Ausnutzung der Spiegelfläche die Reflexionen in einer Lissajous-Figur angeordnet werden (Herriott et al. 1965; Kap. III,3 dieser Arbeit).

Zunächst soll die Gleichung für den Strahlengang in einer Verzögerungsleitung hergeleitet werden, in der die beiden Spiegel zwar immer noch sphärisch sind, jedoch unterschiedliche Krümmungsradien R_0 und R_1 haben. Anschließend wird auf die Anforderung an die Toleranz in den Krümmungsradien eingegangen. Für die Beschreibung des Strahlenganges wurden in Fig. 8 in üblicher Weise Hilfsstrahlen parallel zum Lichtstrahl durch die Brennpunkte gezogen.

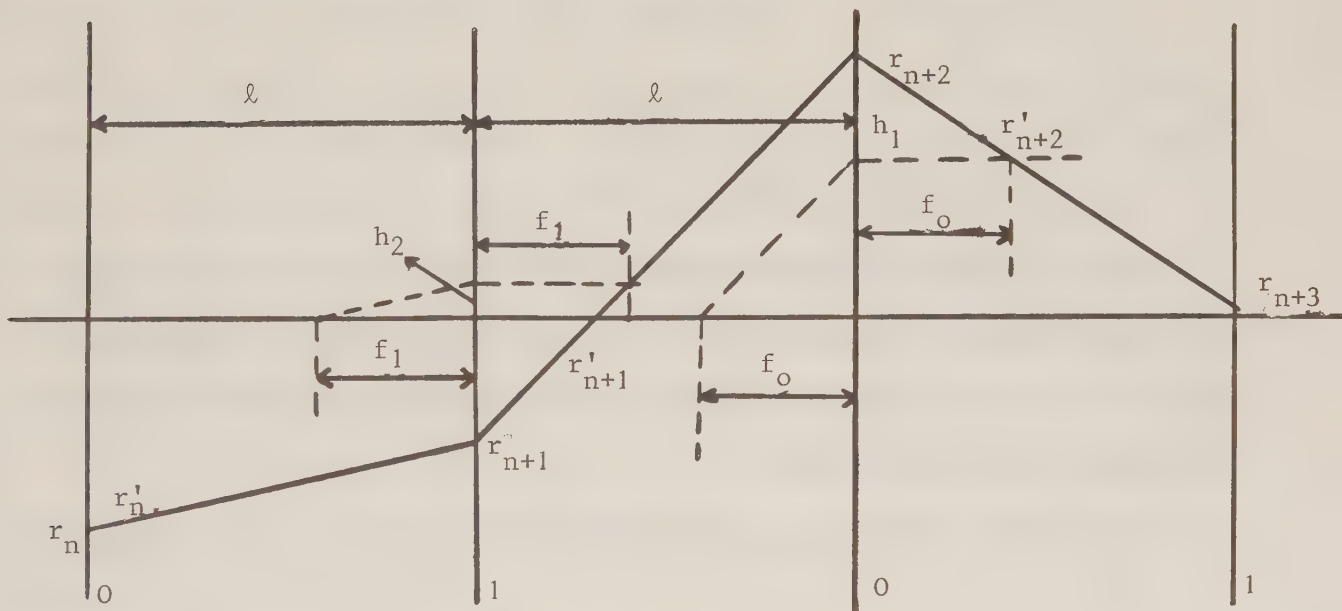


Fig. 8

Zur Berechnung des Strahlengangs in einer unsymmetrischen Verzögerungsleitung

Der Eintrittsspiegel "0" habe den Krümmungsradius $R_0 = 2f_0$, der ferne Spiegel "1" den Krümmungsradius $R_1 = 2f_1$. Der Spiegelabstand sei wieder ℓ . Die Hilfsgrößen h_1 und h_2 sind aus Fig. 8 zu entnehmen.

$$r_n' = \frac{h_2}{f_1} = \frac{r_{n+1} - r_n}{\ell}$$

$$r_{n+1}' = \frac{h_2 - r_{n+1}}{f_1} = \frac{r_{n+2} - r_{n+1}}{\ell} = \frac{r_{n+2} - h_1}{f_0}$$

$$r_{n+2}' = -\frac{h_1}{f_0} = \frac{r_{n+3} - r_{n+2}}{\ell}$$

Elimination der Hilfsgrößen h_1 und h_2 liefert:

$$r_n + r_{n+1} \left(\frac{\ell}{f_1} - 1 \right) + r_{n+2} \left(\frac{\ell}{f_0} - 1 \right) + r_{n+3} = 0$$

$$\text{und: } r_{n+1} (2 - \ell/f_1) = r_n + r_{n+2}$$

$$r_{n+2} (2 - \ell/f_0) = r_{n+1} + r_{n+3}$$

Aus Symmetriegründen bleiben diese Gleichungen richtig, wenn die Indizes jeweils um 2 erhöht werden. Damit ergibt sich dann als Rekursionsformel für die Koordinaten der Reflexionen auf dem Eintrittsspiegel:

$$r_n + r_{n+2} [2 - (2 - \ell/f_0)(2 - \ell/f_1)] + r_{n+4} = 0 \quad (21a)$$

Die gleiche Beziehung gilt für die Koordinaten der Reflexionen auf dem fernen Spiegel:

$$r_{n+1} + r_{n+3} [2 - (2 - \ell/f_0)(2 - \ell/f_1)] + r_{n+5} = 0 \quad (21b)$$

Analog zu (14) wird wieder ein Hilfswinkel θ eingeführt, so daß für die Koordinaten der Reflexionen auf dem Eintrittsspiegel gilt:

$$r_n = r_{\max} \sin(n\theta + \theta_0) \quad (22)$$

n ist dabei gerade zu wählen. Für den fernen Spiegel gilt die gleiche Beziehung mit ungeradem n und mit veränderten Parametern $r_{\max}$ und θ_0 .

Um eine Beziehung zwischen θ , dem Spiegelabstand und den Krümmungsradien zu erhalten, setzen wir $\theta_0 = 0$.

$$\sin 4\theta + [2 - (2 - \ell/f_0)(2 - \ell/f_1)] \sin 2\theta = 0$$

$$\cos 2\theta + 1 - 2(1 - \ell/2f_0)(1 - \ell/2f_1) = 0 \quad (23a)$$

(23a) ist ein Spezialfall der Gleichung (41) bei Kogelnik (Kogelnik 1965); sie wurde dort auf einem anderen Wege für eine unendliche Folge von Linsen abgeleitet, bei der abwechselnd jeweils eine Linse mit Brennweite f_0 auf eine solche mit Brennweite f_1 folgt. Die Abstände sind d_1 und d_0 . Wird $d_0 = d_1 = \ell$ gesetzt, so ergibt sich (23a). Zu beachten ist jedoch, daß bei Kogelnik θ die Größe angibt, um welche das Argument unter dem Sinus (vergl. (22)) für zwei aufeinanderfolgende Reflexionen auf einem Spiegel wächst. Wir wollen jedoch an unserer bisherigen Nomenklatur festhalten und diese Größe mit 2θ bezeichnen, wie es in (23a) geschehen ist.

Mit Hilfe von $1 + \cos 2\theta = 2\cos^2\theta$ kann (23a) in eine Form gebracht werden, welche die Analogie zu (14) deutlicher werden läßt:

$$\cos^2\theta = \left(1 - \frac{\ell}{R_0}\right)\left(1 - \frac{\ell}{R_1}\right) \quad (23b)$$

Wenn R_0 und R_1 sehr nahe beieinander liegen, d.h. wenn der arithmetische und der geometrische Mittelwert zwischen beiden als gleich angenommen werden kann, dann kann dieser Mittelwert als "mittlerer Krümmungsradius $\bar{R}$ " der Verzögerungsleitung definiert werden, für den gilt:

$$\cos^2\theta = \left(1 - \frac{\ell}{\bar{R}}\right)^2 \quad (24)$$

Die Reflexionen auf einem Spiegel einer unsymmetrischen Verzögerungsleitung kann man sich dann entstanden denken in einer symmetrischen Verzögerungsleitung, in der beide Spiegel den Krümmungsradius $\bar{R}$ haben. In diesem Sinne ist der mittlere Krümmungsradius einer Verzögerungsleitung zu verstehen, wenn dieser Begriff im Folgenden verwendet wird.

Mit dieser Vorbereitung läßt sich eine wichtige Forderung an die Toleranz in den Krümmungsradien der Spiegel ableiten, die in den Verzögerungsleitungen eines Interferometers verwendet werden sollen. Dazu kehren wir noch einmal zurück zu dem Fall einer beinahe symmetrischen Verzögerungsleitung mit $R_0 \approx R_1$ und es sei wieder $\theta = \frac{\pi}{2} + \delta\theta$.

Mit Hilfe der Gleichungen (23a) oder (23b) läßt sich ein ℓ so finden, daß mit $\delta\theta = \frac{\pi}{N}$ die Wiedereintrittsbedingung erfüllt ist. Dies gilt unabhängig voneinander für jeden der beiden Arme, so daß ihre Austrittsstrahlen zur Interferenz exakt aufeinandergelegt werden können. Sind die Spiegelabstände ℓ , die sich dabei in den einzelnen Armen ergeben, unterschiedlich, dann ist auch der gesamte Lichtweg verschieden um N mal dieser Differenz. Wegen des Frequenzrauschens des Lasers ist jedoch nur ein relativ kleiner Wegunterschied erlaubt (siehe II,2.2.3).

Zur quantitativen Behandlung der Anforderungen an die Spiegel gehen wir aus von einer kreisförmigen Anordnung der Reflexionen wie sie in Fig. 6 dargestellt ist, mit den zugehörigen Koordinaten für die Mittelpunkte der Reflexionen nach (13c).

Wird eine Weglängengleichheit erzwungen durch eine Verschiebung eines fernen Spiegels um $\delta\ell$, dann wird der Austritts-

strahl in tangentialer Richtung zum Fleckkreis versetzt um

$$\Delta y = N w_K d\theta = N w_K \frac{\delta \ell}{\bar{R}} \quad (25)$$

Unerfreulicherweise tritt hier N , die Zahl der Strahlen, als Multiplikator auf. Die Versetzung des Austrittsstrahls nach (25) verschlechtert zunächst die Interferenz mit dem Strahl aus dem zweiten Arm des Interferometers, sofern nicht Korrekturmaßnahmen getroffen werden. Bei größeren Versetzungen trifft der N -te Strahl jedoch nicht mehr in das Eintrittsloch. Bei N Strahlen ist der Abstand der Zentren zweier benachbarter Reflexionen gegeben durch

$$d = \frac{2\pi w_K}{N/2} = \frac{4\pi}{N} w_K \quad (26)$$

Die Versetzung Δy muß auf jeden Fall kleiner bleiben als diese Größe. Wird eine Versetzung um 10% von d toleriert, so heißt das:

$$\frac{\delta \ell}{\bar{R}} < \frac{1}{N^2} \quad (27)$$

Die Anforderung wächst bei gegebenem $\bar{R}$ quadratisch mit der Anzahl der Strahlen. $\delta \ell$ ist in der Größenordnung von δR , der Toleranz in den Krümmungsradien der einzelnen Spiegel, zu erwarten. Als Maß für den Krümmungsradius kann der "Durchhang" h des Spiegels in der Mitte des Kreises der Reflexionspunkte gegenüber der Kreisebene selbst genommen werden.

$$h = w_K^2 / 2R \quad (28)$$

Eine Ungenauigkeit δh im Durchhang bewirkt eine Änderung δR im Krümmungsradius von

$$\delta R = -2(R/w_K)^2 \delta h \quad (29a)$$

$$\frac{\delta R}{R} = - \frac{\delta h}{h} < \frac{1}{N^2} \quad (29b)$$

sofern der Spiegel weiterhin als sphärisch angenommen werden kann. Eine absolute Ungenauigkeit δh hat somit eine Toleranz im Krümmungsradius zur Folge, die quadratisch zunimmt mit dem Verhältnis Krümmungsradius zu Fleckkreisradius.

Anwendung auf das Experiment

In unserem 3 m-Experiment werden Spiegel verwendet, die von der Fa. Carl Zeiss (Oberkochen) geschliffen wurden.

Der Krümmungsradius am Tage der Lieferung war nach Firmenangabe 2.9825 m, die maximale Abweichung von einer idealen Kugelschale $\lambda/20$. Für $w_K = 4 \cdot 10^{-2}$ m und einer Ungenauigkeit in h von $\lambda/20$ gilt: $\delta R \approx 2,8 \cdot 10^{-4}$ m.

Nehmen wir an, daß der mittlere Krümmungsradius der beiden Verzögerungsleitungen um diesen Betrag differiert, dann ergibt sich mit 138 Reflexionen und Erfüllung der Wiedereintrittsbedingung in beiden Armen ein Wegunterschied von etwa $3 \cdot 10^{-2}$ m. Werte in dieser Größenordnung wurden gemessen mit Hilfe einer bekannten Frequenzmodulation (siehe Gleichung (11)). Sie konnten wegen der Frequenzstabilisierung des Lasers für den Interferometerbetrieb toleriert werden.

Wegen (29a) und (29b) werden die Anforderungen jedoch härter mit zunehmender Weglänge.

Aus praktischen Gründen wird man auf jeden Fall versuchen den Spiegelradius $w_S \leq 0,5$ m zu halten.

Für $R = 1000$ m und $w_K = 0,3$ m ist der Durchhang h nur noch $45 \cdot 10^{-6}$ m, also etwa 100 Lichtwellenlängen. Nach (27) ist $\delta h < \lambda/100$ zu halten. Zu diesem extrem kleinen Wert gehört nach (29a) ein δR von 0,1 m, und damit für $N = 100$ ein ΔL von 10 m. Die Genauigkeit von $\delta h < \lambda/100$ ist bei der Herstellung eines großen Spiegels

praktisch nicht machbar. Außerdem steht zu erwarten, daß langsame Driften im Krümmungsradius auftreten. In einem Experiment mit Weglängen von 100 km wird es daher notwendig sein, den Krümmungsradius wenigstens eines Spiegels aktiv zu regeln, z.B. durch Kräfte auf die Rückseite des Spiegels.

3. Astigmatische Spiegel, Lissajous-Figuren

Im allgemeinen Fall ist damit zu rechnen, daß die Oberfläche der Spiegel keine ideale Kugelfläche bildet, wie bisher angenommen, sondern auch noch astigmatische Komponenten besitzt. Falls der Astigmatismus eine Abweichung von der gewünschten Form der Spiegeloberfläche darstellt, ist damit eine Versetzung des Austrittsstrahls verbunden, die nicht durch eine Änderung des Spiegelabstandes kompensiert werden kann. Andererseits ist es möglich, mit Hilfe von astigmatischen Spiegeln von der kreisförmigen Anordnung der Reflexionen abzugehen und eine Lissajous-Figur zu wählen, wodurch die Spiegeloberfläche besser ausgenutzt werden kann. Beide Fragestellungen werden anschließend behandelt.

Für die Beschreibung sollen die Spiegel in der x- und in der y-Richtung jeweils einen bestimmten, jedoch ortsunabhängigen Krümmungsradius R_x bzw. R_y besitzen.

Für die Koordinaten der Mittelpunkte der Reflexionsflecken auf den Spiegeln gelten weiterhin die Gleichungen (13) und (14), jedoch mit unterschiedlichen Brennweiten und damit unterschiedlichen θ -Werten für x und für y. Sind außerdem noch die beiden Spiegel verschieden, also $R_{0x} \neq R_{1x}$ und $R_{0y} \neq R_{1y}$, dann gelten die Gleichungen (23a) bzw. (23b) mit unterschiedlichen Werten jeweils für die x- und y-Koordinaten.

Für die Beschreibung genügt es, die beiden Spiegel als

gleich anzunehmen. Dann gilt (Herriott et al. 1965):

$$\begin{aligned} x_n &= w_{Kx} \sin (n\theta_x + \theta_{ox}) \\ y_n &= w_{Ky} \sin (n\theta_y + \theta_{oy}) \end{aligned} \quad (30)$$

wobei θ_x und θ_y aus (14) zu bestimmen sind mit den jeweiligen Krümmungsradien. w_{Kx} , w_{Ky} , θ_{ox} und θ_{oy} ergeben sich aus den Anfangsbedingungen.

3.1 Astigmatismus bei nicht idealen Kugelspiegeln

Bei jedem realen Paar von Kugelspiegeln wird eine gewisse Differenz zwischen den mittleren Krümmungsradien $\overline{R_x}$ und $\overline{R_y}$ zu erwarten sein:

$$\overline{R_y} = \overline{R_x} + \Delta R$$

Wie macht sich diese Differenz für den Austrittsstrahl bemerkbar? Der gewünschte Fleckkreis sei gegeben durch (13d) mit

$$\theta = \frac{\pi}{2} + \delta\theta = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{N}.$$

Wegen $\overline{R_x} \neq \overline{R_y}$ gilt jedoch:

$$\begin{aligned} x_n &= w_K \cos n\theta_x \\ y_n &= w_K \sin n\theta_y \end{aligned} \quad (31)$$

mit $\cos \theta_x = -\sin \delta\theta_x = 1 - \ell/\overline{R_x} = -\Delta\ell_x/\overline{R_x}$

und $\cos \theta_y = -\sin \delta\theta_y = 1 - \ell/\overline{R_y} = -\Delta\ell_y/\overline{R_y}$

Durch geeignete Wahl des Spiegelabstandes läßt es sich immer erreichen, daß $N\theta_y$ ein Vielfaches von 2π ist, wie es für die Einstellung der Wiedereintrittsbedingung erforderlich ist: $y_N = y_0 = 0$.

Gleichzeitig ist dann jedoch

$$x_N = w_K \cos N\theta_x = w_K \cos (N\delta\theta_x) \quad (32a)$$

$$\text{mit } d\theta_x \approx \frac{\ell (\overline{R}_y - \overline{R}_x)}{\overline{R}_x \overline{R}_y} \approx \frac{\Delta R}{\overline{R}_x}$$

Dadurch erfährt der Austrittsstrahl in radialer Richtung eine Versetzung Δx , die quadratisch mit N wächst:

$$\Delta x \approx \frac{w_K}{2} \cdot \left(N \frac{\Delta R}{\overline{R}_x} \right)^2 \quad (32b)$$

Wird jedoch bereits die harte Forderung (29b) erfüllt, dann bleibt:

$$\Delta x < \frac{w_K}{2N^2} \quad (32c)$$

und dies ist i.a. sehr klein.

Andererseits ist es für Spiegel mit $R = 3$ m, Spiegel-durchmesser $2w_s = 0,125$ m und einer Substratdicke von $1,2 \cdot 10^{-2}$ m sehr leicht möglich durch unvorsichtiges Einspannen der Spiegel den Strahl in radialer Richtung zum Fleckkreis um Strahlbreite zu versetzen. Die Strahlbreite war dabei etwa 10^{-3} m, $w_K = 4 \cdot 10^{-2}$ m und $N = 46$. Eine unterschiedliche Änderung des Durchhangs h von 10^{-6} m zwischen der x - und der y -Richtung war dafür ausreichend.

3.2 Anordnung der Reflexionen in einer Lissajous-Figur

Zur besseren Ausnutzung der Spiegeloberfläche bietet es sich an, die Reflexionen nicht kreisförmig, sondern in einer Lissajous-Figur anzuordnen. Astigmatische Spiegel mit $R_x \neq R_y$ liefern dazu die Möglichkeit. Es wird zunächst eine günstige Lissajous-Figur beschrieben und anschließend werden einige Aussagen zusammengestellt, die für die Berechnung der erforderlichen Spiegeldurchmesser in Abschnitt 4 benötigt werden.

Die beiden Spiegel seien der Einfachheit halber wieder als gleich angenommen. Für ℓ , R_x und R_y sollen folgende Beziehungen gelten:

$$\begin{aligned}
\ell &= R_x + \Delta\ell_x = R_y + \Delta\ell_y \\
-\cos \theta_x &= \sin \delta\theta_x = \sin \frac{\pi}{N_x} = \frac{\Delta\ell_x}{R_x} \\
-\cos \theta_y &= \sin \delta\theta_y = \sin \frac{\pi}{N_y} = \frac{\Delta\ell_y}{R_y}
\end{aligned} \tag{33}$$

$\frac{N_x}{2}$ und $\frac{N_y}{2}$ seien ungerade.

Nach N_x Reflexionen ist $N_x \theta_x = m_x \cdot 2\pi$, also für die x-Koordinate die Wiedereintrittsbedingung erfüllt. Im allgemeinen ist jedoch $N_x \cdot \theta_y$ kein ganzzahliges Vielfaches von 2π ; die y-Koordinate hat ihren Ausgangswert z.B. noch nicht erreicht. Der Strahl beginnt daher einen neuen Umlauf; zu den gleichen x-Koordinaten wie beim ersten Umlauf gehören aber jetzt neue y-Koordinaten. Mögliche Anordnungen der Reflexionen werden bei Herriott (Herriott et al. 1965) beschrieben. Die vielen Möglichkeiten N_x und N_y zu wählen, können mit Hilfe von Randbedingungen eingengt werden.

- Die Krümmungsradien sollen möglichst wenig vom Spiegelabstand abweichen, die Verzögerungsleitung ist hier am "stabilsten" im Sinne der Gleichung (19c).
- Um die Spiegeloberfläche gleichmäßig auszunutzen, sollen N_x und N_y möglichst gleich sein.
- Aus Streulichtgründen will man Mehrfachbelegungen von Reflexionsflecken vermeiden (siehe Kap. IV). Diese Bedingung kann erfüllt werden, wenn $N_x/2$ und $N_y/2$ zwei aufeinanderfolgende ungerade Zahlen sind. Diese Aussage wurde bis zum Paar 17/19 überprüft. Es entstehen

$$N = N_x \cdot N_y / 2 \tag{34}$$

Strahlen, auf jedem Spiegel also $\frac{N_x}{2} \cdot \frac{N_y}{2}$ Reflexionen

(das Eintrittsloch wird dabei einmal mitgezählt), denn:

$$N\theta_x = \frac{N_x N_y}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{N_x} \right) = \left(\frac{N_x}{2} \frac{N_y}{2} + \frac{N_y}{2} \right) \pi = m_x \cdot 2\pi, \text{ da}$$

sowohl $\frac{N_x}{2}$ als auch $\frac{N_y}{2}$ ungerade angenommen worden waren. Analog ergibt sich für $N\theta_y$ ein ganzzahliges Vielfaches von 2π .

Es ist somit $(x_N, y_N) = (x_0, y_0)$. Außerdem ist $(x_{N+1}, y_{N+1}) = (x_1, y_1)$, d.h. die Wiedereintrittsbedingung ist erfüllt.

Eine Verzögerungsleitung, die aus astigmatischen Spiegeln mit ortsunabhängigen Krümmungsradien R_x und R_y aufgebaut ist, sollte ähnlich "stabil", d.h. unempfindlich gegen ein Neigen oder Verkippen des fernen Spiegels sein, wie eine symmetrische Verzögerungsleitung. Jede Störung kann nämlich bezüglich der Verzögerungsleitung in ihre x- und y-Komponenten zerlegt werden, und für diese gelten dann jeweils auch die Überlegungen, die für die symmetrische Verzögerungsleitung durchgeführt wurden.

Wir betrachten nun als Beispiel die Anordnung nach den Gleichungen (30) mit $\theta_{ox} = \theta_{oy} = 0$. Die Koordinaten sind gegeben durch:

$$\begin{aligned} x_n &= w_{Kx} \sin n \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{N_x} \right) = w_{Kx} \sin n\theta_x \\ y_n &= w_{Ky} \sin n \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{N_y} \right) = w_{Ky} \sin n\theta_y \end{aligned} \quad (35)$$

Der Einschub wurde hierbei am Durchstoßpunkt der optischen Achse durch den Spiegel vorgenommen, der gleichzeitig auch Koordinatenursprung ist. Wegen der Periodizität in n kann jedoch auch jedes beliebige andere (x_n, y_n) für den Einschub gewählt werden. Die Anordnung der Reflexionen ist in Fig. 9 für den Fall $N_x = 10$, $N_y = 14$ dargestellt. Auf jedem Spiegel liegen $\frac{N_x}{2} \cdot \frac{N_y}{2} = 35$ Reflexionen, die Zahl der Strahlen N ist 70.

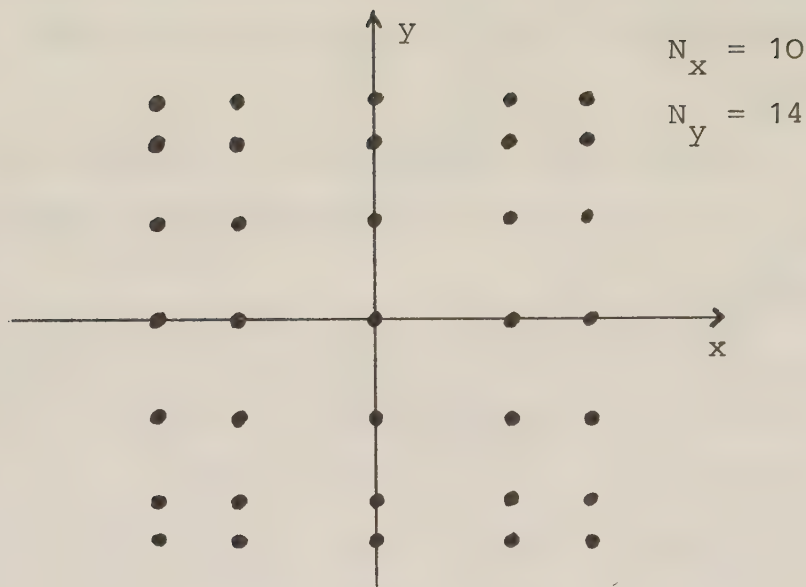


Fig. 9

Lissajous-Figur nach (35)

Die Reflexionen sind rechteckförmig angeordnet mit $N_x/2$ Spalten und $N_y/2$ Zeilen.

In die Berechnung des erforderlichen Spiegeldurchmessers in Abschnitt 4 gehen die Zeilen- und Spaltenabstände ein. Es folgt nun die Aufstellung der dort benötigten Zusammenhänge. Es ist ausreichend, die Koordinaten der Zeilen zu betrachten, denn für die Spaltenkoordinaten gelten die gleichen Aussagen.

Die Koordinaten der Zeilen sind gegeben durch:

$$w_{Ky} \sin v \frac{2\pi}{N_y} \quad \text{mit } v = 0, 1, 2, \dots$$

Die Anordnung ist symmetrisch zum Nullpunkt. Dies folgt aus den Anfangsbedingungen (siehe (35)).

a) $y = 0$ ist Anfangskoordinate und tritt auf für alle Vielfachen von N_y :

$$N_y \cdot \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{N_y} \right) = \left(\frac{N_y}{2} + 1 \right) \pi = m_y \cdot 2\pi \quad \text{da } \frac{N_y}{2} \text{ ungerade ist.}$$

- b) Die Koordinate $y = w_{Ky} \sin \frac{\pi}{N_Y}$ tritt nicht auf. Dafür müßte gelten:

$$n \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{N_Y} \right) = m\pi \pm \frac{\pi}{N_Y} \quad \text{mit } m \text{ als ganzer Zahl.}$$

$$N_Y \left(\frac{n}{2} + n \right) = m N_Y \pm 1 \quad (36)$$

Annahme: n ist gerade; dann ist $\frac{n}{2}$ ganz und daher die linke Seite der Gleichung gerade, da N_Y gerade ist.

Die rechte Seite ist daher ungerade. n kann daher nicht gerade sein.

Annahme: n ist ungerade: $N_Y/2$ ist ungerade, damit besteht die linke Seite aus einer Summe zweier ungerader Zahlen, ist somit gerade. Die rechte Seite ist ungerade. n kann also auch nicht ungerade sein. Es gibt somit kein ganzzahliges n , das die Gleichung (36) erfüllt.

- c) Die nächste Zeilenkoordinate ist $w_{Ky} \sin \frac{2\pi}{N_Y}$.

Der größte Zeilenabstand ist daher:

$$d_{\max} = w_{Ky} \sin \frac{2\pi}{N_Y} \quad (37)$$

Der kleinste Zeilenabstand tritt am Rand auf.

Analog zu b) läßt sich zeigen:

- d) Der Sinus in (35) nimmt nie den Wert 1 an; der Maximalwert von y_n ist $w_{Ky} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{N_Y} \right) = w_{Ky} \cos \frac{\pi}{N_Y}$.
- e) Der Wert $w_{Ky} \sin \left(\frac{\pi}{2} \pm \frac{2\pi}{N_Y} \right)$ tritt nicht auf.
- f) Die nächstkleinere Koordinate ist $w_{Ky} \sin \left(\frac{\pi}{2} \pm \frac{3\pi}{N_Y} \right) = w_{Ky} \cos \frac{3\pi}{N_Y}$. Der kleinste Spaltenabstand ist deshalb:

$$d_{\min} = w_{Ky} \left(\cos \frac{\pi}{N_Y} - \cos \frac{3\pi}{N_Y} \right) \quad (38)$$

Damit sind für die Berechnung der notwendigen Spiegeldurchmesser diejenigen Aussagen zusammengestellt, die von der

geometrischen Optik geliefert werden können. Im folgenden Abschnitt werden zunächst die notwendigen Ergänzungen aus der Wellenoptik gebracht und anschließend für eine Reihe von speziellen Strahlengängen die jeweils erforderlichen Spiegeldurchmesser berechnet.

4. Erforderlicher Spiegeldurchmesser der optischen Verzögerungsleitungen für verschiedene Strahlengänge

Die geometrische Optik kann den Verlauf der Achse des Lichtstrahls in einer Verzögerungsleitung richtig beschreiben, nicht jedoch den genauen Verlauf des Strahldurchmessers. Derartige Fragestellungen treten bei der quantitativen Behandlung des Streulichts und bei der Berechnung des erforderlichen Durchmessers der Spiegel in den Verzögerungsleitungen auf. Bei den großen Weglängen, wie sie in einem Gravitationswellen-Experiment angestrebt werden, wird der Durchmesser selbst eines beugungsbegrenzten Laserstrahls unangenehm groß. Große Spiegel sind aus mehreren Gründen unerwünscht. Sie sind sehr teuer und sehr schwer in guter Qualität herzustellen; die Vakuumapparatur müßte entsprechend groß dimensioniert werden; es wäre nicht mehr möglich, alle Eigenfrequenzen des Spiegels und der Spiegelhalterung außerhalb des angestrebten Frequenzbereichs zwischen etwa 500 Hz und 2 kHz zu legen, in dem nach Gravitationswellen gesucht werden soll.

Da der Laser im TEM_{00} -Mode betrieben wird, kann im Folgenden eine Gauß-förmige Intensitätsverteilung des Laserstrahls angenommen werden. Der Strahlradius w ist definiert als der Abstand zur Strahlachse, bei dem die Intensität vom Maximalwert auf $1/e^2$ abgefallen ist. Als angepaßter Strahl sei derjenige bezeichnet, dessen Durchmesser bei allen

Reflexionen auf den Spiegeln gleich bleibt. In diesem Abschnitt werden für verschiedene Strahlführungen in der Verzögerungsleitung die Gleichungen für den Spiegeldurchmesser hergeleitet, und zwar für die Fälle

- a) Kreisförmige Anordnung der Reflexionen mit angepaßtem Strahl
- b) Mehrere konzentrische Kreise mit angepaßtem Strahl
- c) Kreisförmige Anordnung mit verkleinertem Strahldurchmesser in der Eintrittsöffnung
- d) Lissajous-Figur mit angepaßtem Strahl ohne Überlappungen
- e) Lissajous-Figur mit angepaßtem Strahl mit Überlappungen
- f) Lissajous-Figur mit veränderlichem Durchmesser ohne Überlappungen
- g) Lissajous-Figur mit fokussiertem Strahl am Rand
- h) Lissajous-Figur mit kleinstem Strahldurchmesser in der Mitte.

Dazu brauchen wir zunächst die Gleichungen für die freie Ausbreitung des Gauß-förmigen Strahls und für seine Abbildung durch einen Kugelspiegel. Die Lichtwellenlänge sei λ , und Z sei die Koordinate auf der Strahlachse in Ausbreitungsrichtung vom Fokus aus gemessen.

Für den Strahlradius w und für den Krümmungsradius der Wellenfront R_w gelten folgende Beziehungen (Fox, Li 1961; Boyd, Gordon 1961; Boyd, Kogelnik 1962):

$$w^2 = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda Z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right] \quad (39a)$$

$$R_w = Z \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda Z} \right)^2 \right] \quad (40)$$

w_0 ist der Strahlradius im Fokus.

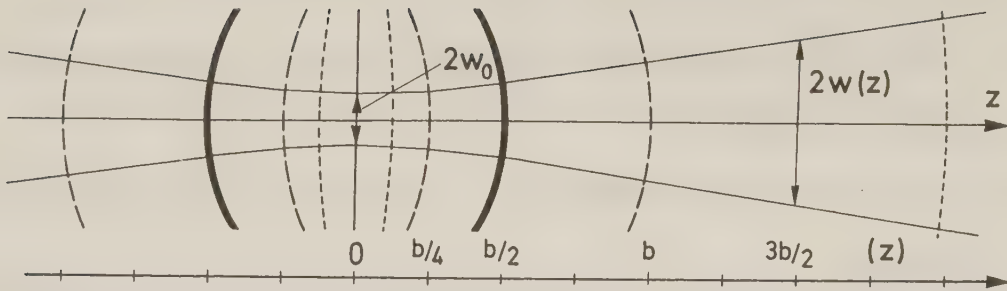


Fig. 10

Strahldurchmesser und Flächen konstanter Phase eines Gauß-förmigen Strahls

zu (39a): Für $z = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ ist $w = w_0 \cdot \sqrt{2}$

Für große z gilt: $w = \frac{\lambda}{\pi w_0} \cdot z = \alpha_0 z$. (39b)

$2 \alpha_0$ ist die Strahldivergenz.

zu (40): Für $z = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ hat die Wellenfront des Strahls den kleinsten Krümmungsradius b mit

$$b = \frac{2\pi}{\lambda} w_0^2 \quad (41)$$

Für große z wird $R_w = z$; der Strahl scheint von einer Punktquelle im Fokus herzukommen. Dies ist der Grenzfall der geometrischen Optik.

Bei einer Reflexion an einem Kugelspiegel bzw. bei einer Abbildung durch eine Linse wird der Krümmungsradius R_w der Wellenfront transformiert in R_w' nach (Kogelnik 1965)

$$\frac{1}{R_w} + \frac{1}{R_w'} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R} \quad (42)$$

wobei R der Krümmungsradius des Spiegels ist.

In den beiden Fällen die zuerst behandelt werden sollen wird von einem angepaßten Strahl, also von konstantem Strahldurchmesser $2w_m$ auf den Spiegeln, ausgegangen. Wie man sich

mit Hilfe von Fig. 10 und Gleichung (42) klarmachen kann, muß dazu die Wellenfront auf der Spiegeloberfläche den Krümmungsradius $R_w = R$ besitzen.

Im konfokalen Fall haben die Spiegel den Abstand $\ell = R$. Für den angepaßten Strahl stehen sie an der Stelle des kleinsten Krümmungsradius b der Wellenfront und es ist $b = R$.

Aus (41) folgt für den Radius des Fokus im angepaßten Fall:

$$w_o^2 = \frac{b\lambda}{2\pi} = \frac{R\lambda}{2\pi} \quad (43)$$

Auf den Spiegeln ist der Radius w_m des angepaßten Strahls dann gegeben durch:

$$w_m^2 = 2w_o^2 = \frac{\lambda R}{\pi} \quad (44)$$

Im konfokalen Fall ist $N = 4$ (siehe III,1). Für $N \neq 4$ Strahlen in der Verzögerungsleitung muß $\ell \neq R$ gewählt werden. Für nicht zu kleine N ist $\ell \approx R$; der Radius w_m des angepaßten Strahls auf den Spiegeln unterscheidet sich dann auch nur geringfügig von dem des konfokalen Falles:

Mit Hilfe der Gleichungen (39a) und (40) erhält man

$$w_m^4 = \left(\frac{R_w \lambda}{\pi} \right)^2 \left/ \left(\frac{R_w}{Z} - 1 \right) \right. \quad (45)$$

R_w ist der Krümmungsradius der Wellenfront, und für den angepaßten Fall stimmt dieser auf einem Spiegel mit dessen Krümmungsradius R überein: $R_w = R$.

Im N -Strahl-Fall ist nach Gleichung (16)

$$\ell = R \left(1 + \sin \frac{\pi}{N} \right)$$

und damit:

$$(w_{m,N})^4 = (w_{m,4})^4 \frac{1 + \sin \frac{\pi}{N}}{1 - \sin \frac{\pi}{N}} = \left(\frac{\lambda R}{\pi} \right)^2 \frac{1 + \sin \frac{\pi}{N}}{1 - \sin \frac{\pi}{N}} \approx \left(\frac{\lambda \ell}{\pi} \right)^2 \quad (46)$$

$w_{m,4}$ ist der Radius des angepaßten Strahls auf den Spiegeln im konfokalen Fall,

$w_{m,N}$ ist der Radius des angepaßten Strahls auf den Spiegeln im N-Strahl-Fall.

In der Nähe des konfokalen Falles gilt mit hoher Genauigkeit:

$$w_m^2 = \frac{\lambda \ell}{\pi} \quad (47)$$

Für nicht zu kleine N darf man ℓ auch durch R ersetzen, wie folgendes normierte Zahlenbeispiel für konstanten Spiegellradius zeigt:

$w_{m,4}$	$w_{m,302}$	$w_{m,46}$	$w_{m,22}$	$w_{m,14}$
1	1.0052	1.035	1.074	1.12

Es ist für den Modenradius deshalb auch unerheblich, ob $\ell < R$ oder $\ell > R$ gewählt wird.

Im Folgenden sollen nun verschiedene Anordnungen näher betrachtet werden, mit denen ein vorgegebener Lichtweg L realisiert werden kann.

In einem Michelson-Interferometer mit 2 Strahlen je Arm ist die Armlänge $\ell = L/2$. Der minimale Strahlradius beim Strahlteiler und bei den Spiegeln ergibt sich für eine Strahlform, wie wir sie vom angepaßten konfokalen Fall her kennen mit je einem Fokus in der Mitte der Arme und dem gegenüber um $\sqrt{2}$ angewachsenen Strahlradius w_m auf den Spiegeln mit

$$w_m^2 = \frac{\lambda \ell}{\pi} = \frac{\lambda L}{2\pi} .$$

Für $L = 100$ km und für die grüne Argon-Linie ist

$$w_m \approx 9 \cdot 10^{-2} \text{ m} .$$

Der minimale Spiegeldurchmesser wäre $2w_s = S \cdot 2 w_m$, wobei S einen geeignet zu wählenden Sicherheitsfaktor darstellt. Üblicher-

weise wird $S = 3$ gesetzt, d.h. der Spiegeldurchmesser läge bei 0,54 m.

Schon aus Kostengründen wird man die Armlängen reduzieren und die Zahl der Strahlen erhöhen.

a) Symmetrische Verzögerungsleitung ($R_1 = R_2$) mit angepaßtem Strahl, Reflexionen auf den Spiegeln kreisförmig angeordnet

Jeder Spiegel hat $\frac{N}{2}$ Reflexionen. Der Spiegeldurchmesser berechnet sich aus:

$$2\pi w_K = S \frac{N}{2} 2w_m$$

$$2w_s = S 2 \left(\frac{N}{2\pi} + 1 \right) w_m = S 2 \left(\frac{N}{2\pi} + 1 \right) \sqrt{\frac{\lambda \ell}{\pi}} \quad (48a)$$

Für $N \gg 2\pi$ ist

$$2w_s \approx S \sqrt{\frac{N}{\pi^3}} \lambda L = S \cdot 0,45 \text{ m} \sqrt{\frac{N}{126} \frac{\lambda}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \frac{L}{10^5 \text{ m}}} \quad (48b)$$

d.h. der Spiegelradius wächst für einen vorgegebenen Lichtweg mit $\sqrt{N}$.

Der minimale Spiegeldurchmesser für einen angepaßten Strahl ist für $N = 6$ gegeben. Dafür gilt der einfache Ansatz von (48a) nicht mehr; die drei Reflexionen auf jedem Spiegel bilden ein gleichseitiges Dreieck. Der Spiegeldurchmesser berechnet sich dann zu

$$2w_s = 2S \left(1 + \frac{1}{\cos \frac{\pi}{6}} \right) \sqrt{\frac{\lambda L}{6\pi}} \approx S \cdot \sqrt{\lambda L} \approx S \cdot 0,224 \text{ m} \sqrt{\frac{\lambda}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \frac{L}{10^5 \text{ m}}}$$

Zahlenbeispiele für $L = 100 \text{ km}$:

N	302	102	26	6
ℓ	300 m	1 km	4 km	17 km
$2w_s$	S·0,71 m	S·0,43 m	S·0,254 m	S·0,22 m

Für den noch relativ günstigen Fall weniger Reflexionen werden sehr große Spiegelabstände benötigt. Selbst dann sind die Spiegeldurchmesser noch mindestens 0,6 m zu wählen.

b) Mehrere konzentrische Kreise mit angepaßtem Strahl

Um die Spiegeloberfläche besser auszunutzen, könnte man den Strahl beim letzten Reflex auf dem fernen Spiegel versetzen und so ablenken, daß ein neuer konzentrischer Kreis von Reflexionen entsteht. Dies könnte mehrfach geschehen, so daß m Kreise mit je n Reflexionen gebildet werden (Fig. 11).

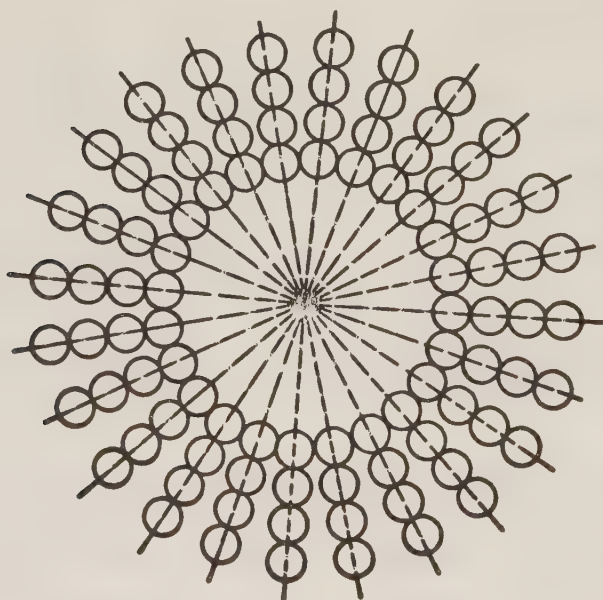


Fig. 11

m konzentrische Kreise mit je n Reflexionen

$$m \cdot n = \frac{N}{2}$$

$$w_s = S \left[\frac{n^2 w_m}{2\pi} + \left(m - \frac{1}{2}\right) 2w_m \right] \approx S \left[\frac{n}{\pi} + \frac{N}{n} \right] w_m \quad (49a)$$

Ein Minimum ergibt sich für $n = \sqrt{N\pi}$.

Für $N = 300$ ist die optimale Zahl von Kreisen $m = 5$.

Eingesetzt:

$$\begin{aligned} 2w_s &= 2S \left(2\sqrt{\frac{N}{\pi}} - \frac{1}{2} \right) \sqrt{\frac{\lambda \ell}{\pi}} \approx S \cdot \frac{4}{\pi} \sqrt{\lambda L} \approx S \cdot 1,3 \cdot \sqrt{\lambda L} \\ &= S \cdot 0,29 \text{ m} \sqrt{\frac{\lambda}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \frac{L}{10^5 \text{ m}}} \quad (49b) \end{aligned}$$

Der erforderliche Spiegeldurchmesser ist hierbei unabhängig von der Zahl der Reflexionen.

Diese Anordnung ist jedoch relativ kompliziert zu verwirklichen. So genügt es z.B. nicht, wenn der Strahl durch ein Prisma mit ebenen Flächen umgelenkt wird, weil sonst der Strahl nicht mehr angepaßt bleibt. Außerdem ist es nicht einfach, die richtige Einschubbedingung für den neuen Kreis zu erzeugen.

c) Kreisförmige Anordnung der Reflexionen mit reduziertem Strahldurchmesser in der Eintrittsöffnung

In a) und b) ist der Strahl an die Verzögerungsleitung angepaßt, d.h. der Strahlradius auf den Spiegeln ist konstant. Die einzelnen Reflexionen sind gut voneinander getrennt, wie dies wegen der Streulichteffekte erwünscht ist (Kap. IV).

Aus praktischen Gründen will man jedoch den Strahldurchmesser beim Ein- und Austritt aus der Verzögerungsleitung reduzieren um z.B. die Spannung für die Aussteuerung der Pockelszellen klein halten zu können.

Wird der Strahldurchmesser in der Eintrittsöffnung verkleinert, dann ist er dafür beim Auftreffen auf dem fernen Spiegel größer und es entsteht teilweise eine Überlappung benachbarter Reflexionen. Wird diese Überlappung toleriert, so können die Reflexionen dichter gepackt werden,

was eine Reduzierung des Spiegeldurchmessers ermöglicht.

Als Randbedingung soll lediglich gefordert werden, daß die Nachbarflecken der Eintrittsöffnung gut von dieser getrennt sind.

Bevor die Rechnung durchgeführt werden kann, müssen zunächst für den Fall eines nicht angepaßten Strahles die Größe der Reflexionen als Funktion von n und einige Konsequenzen daraus angegeben werden. Der Radius w_n des n -ten Reflexes ergibt sich zu (Kogelnik 1965):

$$\begin{aligned} \left(\frac{w_n}{w_e}\right)^2 = \frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4 + \left(\frac{\pi w_m^2}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{1}{R_e} + \frac{1}{2f}\right)^2 \right] \\ + \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4 - \left(\frac{\pi w_m^2}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{1}{R_e} + \frac{1}{2f}\right)^2 \right] \cos 2n\theta \\ + \left(\frac{\pi w_m^2}{\lambda}\right) \left(\frac{1}{R_e} + \frac{1}{2f}\right) \sin 2n\theta \quad (50a) \end{aligned}$$

Dabei ist w_e der Radius des Eintrittsstrahls, R_e der Krümmungsradius seiner Wellenfront und w_m der Radius des angepaßten Eintrittsstrahls jeweils am Ort des Eintrittsspiegels und $2f$ der Krümmungsradius der Spiegel. (50a) hat die Form:

$$\begin{aligned} \left(\frac{w_n}{w_e}\right)^2 = a \sin 2n\theta + b \cos 2n\theta + c \\ = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(2n\theta + \theta_0) + c \quad (50b) \end{aligned}$$

mit $\theta_0 = \arctan \frac{b}{a}$.

Ein Vergleich mit (13b) zeigt, daß die Periode der Änderung des Strahlradius halb so groß ist wie die der Strahlposition. Ist z.B. der Strahldurchmesser in der Eintrittsöffnung am kleinsten, so wächst er von hier aus an, erreicht nach 90° seinen Maximalwert und ist gegenüber der Eintrittsöffnung wieder klein (s. Fig. 13). Der ferne Spiegel zeigt die gleiche Verteilung.

Aus (50b) folgt:

$$\frac{w_{\max}^2 \cdot w_{\min}^2}{w_e^4} = (c + \sqrt{a^2 + b^2}) (c - \sqrt{a^2 + b^2}) = \frac{w_m^4}{w_e^4},$$

$$\text{also: } w_{\max} \cdot w_{\min} = w_m^2 = \frac{\lambda \ell}{\pi} \quad (51)$$

$w_{\max}$ bzw. $w_{\min}$ sind die größten bzw. kleinsten Strahldurchmesser, die nach (50a) auftreten könnten. Sie werden nur dann angenommen, wenn einer der diskreten Werte $n\theta$ mit den Extremwerten der Winkelfunktionen zusammenfällt.

Im angepaßten Fall ist $w_e = w_m$ und $R_e = -R$ (das negative Vorzeichen berücksichtigt die Ausbreitungsrichtung). (50a) liefert dafür konstantes w_n .

Unter III.1 wurde mit Hilfe der geometrischen Optik der Satz aufgestellt: Bei Erfüllung der Wiedereintrittsbedingung verhält sich der Austrittsstrahl so, als ob er an der spiegelnden Fläche des Austrittsspiegels reflektiert worden wäre. Aus (50a) folgt, daß dieser Satz auch nach der Wellenoptik gilt: Für $N\theta = m2\pi$ ist $w_N = w_e$; der Austrittsstrahl hat in der Eintrittsöffnung den gleichen Durchmesser wie der Eintrittsstrahl. Außerdem ist $w_{N+1} = w_1$. Das bedeutet: wäre der nahe Spiegel nicht durch das Eintrittsloch unterbrochen, so würde der N-te Strahl exakt auf den Eintrittsstrahl abgebildet.

Für den austretenden Strahl fehlt jedoch diese letzte Abbildung mit der zugehörigen Änderung in der Krümmung der Wellenfront. Von außen sieht dies so aus, als ob der Eintrittsstrahl direkt an der gekrümmten Spiegelfläche reflektiert worden wäre.

Mit diesen Vorbereitungen kann die Spiegelgröße bei reduziertem Strahlquerschnitt in der Eintrittsöffnung berechnet werden. Den kleinsten Spiegeldurchmesser erhält man, wenn das kleinste w_n in der Eintrittsöffnung liegt und die beiden unmittelbaren Nachbarn gleich groß sind. Nach (50a) muß dazu der Krümmungsradius der Wellenfront des Eintrittsstrahls in der Eintrittsöffnung gleich dem Spiegelradius sein (siehe Fig. 12). Der Eintrittsstrahl darf also nicht in die Eintrittsöffnung fokussiert werden, sondern der Fokus muß innerhalb der Verzögerungsleitung liegen; andernfalls wird die Größenverteilung der Reflexionen unsymmetrisch bezüglich der Eintrittsöffnung.

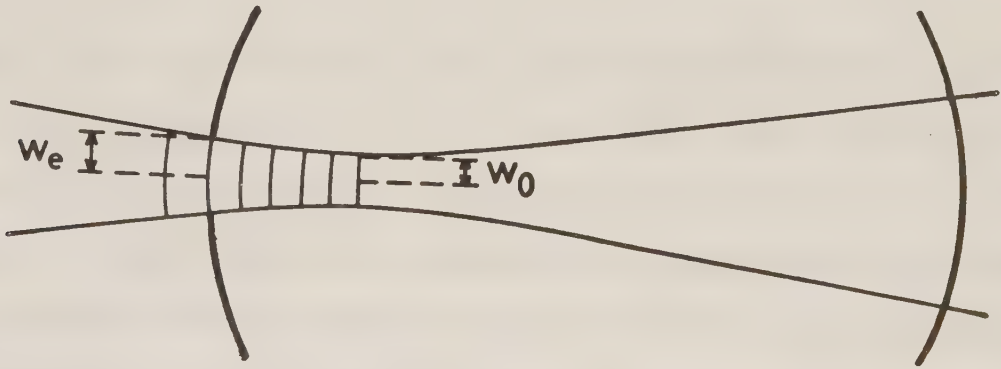


Fig. 12

Form des Eintrittsstrahls bei minimalem w_n in der Eintrittsöffnung

Für die Radien der Reflexionen auf den Spiegeln gilt dann nach (50a)

$$\left(\frac{w_n}{w_e}\right)^2 = \frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4 \right] + \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4 \right] \cos 2n\theta \quad (52a)$$

Die Größenverteilung der Reflexionen ist in Fig. 13 dargestellt.

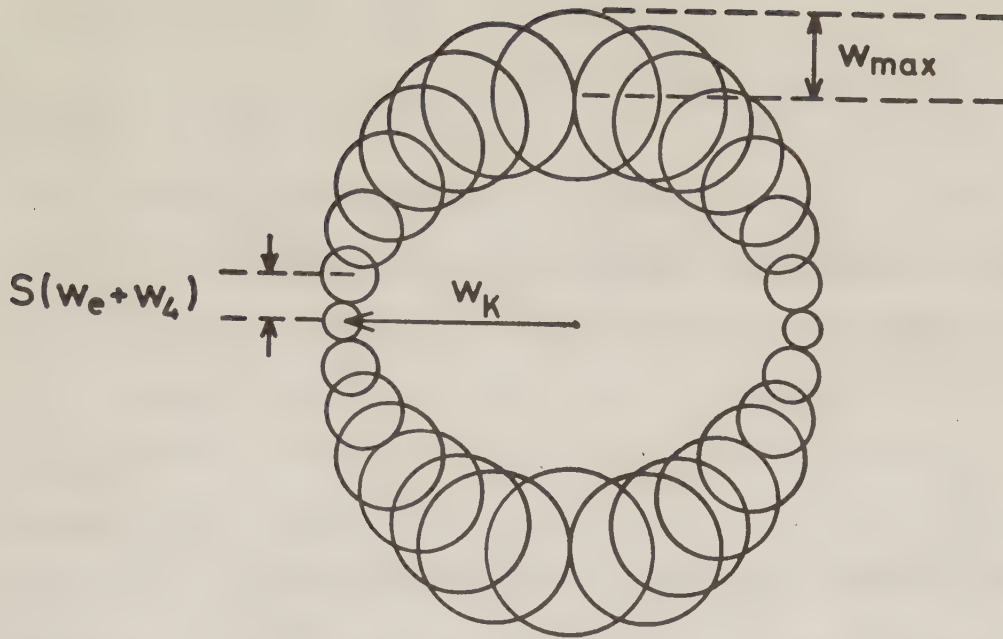


Fig. 13

Die Größe der Reflexionsflecken bei minimalem Strahldurchmesser in der Eintrittsöffnung

Zur Berechnung der Spiegelgröße wird der Radius w_4 des ersten Nachbarn und der größte Radius $w_{\max}$, als Funktion von w_e ausgedrückt:

$$\begin{aligned} \left(\frac{w_4}{w_e}\right)^2 &= \frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4 \right] + \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4 \right] \cos 8\theta \quad (53a) \\ &= 1 + \left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4 \left[\left(\frac{4\pi}{N}\right)^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{4\pi}{N}\right)^4 + \dots \right] - \left(\frac{4\pi}{N}\right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{4\pi}{N}\right)^4 + \dots \end{aligned}$$

Für $N \gg 4\pi$ bleibt:

$$\left(\frac{w_4}{w_e}\right)^2 \approx 1 + \left(\frac{4\pi}{N}\right)^2 \left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4 \quad (53b)$$

Der erste und auch größte ferne Reflex hat den Radius w_1 :

$$\begin{aligned} \left(\frac{w_1}{w_e}\right)^2 &= \frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4 \right] + \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4 \right] \cos 2\theta \quad (54a) \\ &= \left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4 + \left(\frac{\pi}{N}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4 \right] - \frac{1}{3} \left(\frac{\pi}{N}\right)^4 \left[1 - \left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4 \right] + \dots \end{aligned}$$

Für große N ist $\cos 2\theta = -\cos \frac{2\pi}{N} \approx -1$, also $w_1 \approx w_{\max}$:

$$\begin{aligned} \left(\frac{w_1}{w_e}\right)^2 &\approx \left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4 \\ w_1 &\approx \frac{w_m^2}{w_e} \quad (54b) \end{aligned}$$

Damit gilt für den notwendigen Spiegelradius w_s :

$$\begin{aligned} w_s &= S (w_K + w_{\max}) = S \left[\frac{N}{4\pi} (w_e + w_4) + \frac{w_m^2}{w_e} \right] \quad (55a) \\ &= S \left[\frac{N}{4\pi} \cdot w_e + \frac{w_m^2}{w_e} + \sqrt{\left(\frac{N}{4\pi} w_e\right)^2 + \left(\frac{w_m^2}{w_e}\right)^2} \right] \\ &:= S_1 + \sqrt{S_2} \end{aligned}$$

Sowohl S_1 als auch S_2 sind minimal für

$$w_e = \sqrt{\frac{4\pi}{N}} \quad w_m = \sqrt{\frac{4\lambda \ell}{N}} = \frac{2}{N} \sqrt{\lambda L} \quad (56)$$

$$\text{Damit ist } \left(\frac{w_4}{w_e}\right)^2 = 2 - \frac{4}{3} \left(\frac{4\pi}{N}\right)^2 + \dots$$

$$\text{Für große } N \text{ ist: } w_4 = \sqrt{2} w_e \quad (53c)$$

Die zugehörige größte Reflexion hat einen Radius von

$$w_{\max} = \frac{w_m^2}{w_e} = \frac{N}{4\pi} w_e = \frac{\sqrt{\lambda L}}{2\pi} \quad (57)$$

unabhängig vom Spiegelabstand, nur durch die Wellenlänge und den Gesamtweg bestimmt.

Der größte und der kleinste Strahlradius unterscheiden sich somit um den Faktor $\frac{N}{4\pi}$. Vorausgesetzt war dabei: $N \gg 4\pi$.

Mit dem optimalen Wert für w_e wird der Spiegeldurchmesser:

$$\begin{aligned} 2w_s &= s \frac{2+\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{\lambda L} = s \cdot 1,09 \sqrt{\lambda L} \\ &= s \cdot 0,244 \text{ m} \sqrt{\frac{\lambda}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \frac{L}{10^5 \text{ m}}} \end{aligned} \quad (55b)$$

Der erforderliche Spiegeldurchmesser ist in diesem Fall nur abhängig vom Gesamtlichtweg und der Wellenlänge, nicht aber von der Zahl der Strahlen und damit vom Spiegelabstand.

Der Gewinn gegenüber (49b), der Anordnung mit m konzentrischen Kreisen und einem angepaßten Strahl, ist nur gering. Der Aufbau ist jedoch einfach; allerdings ist eine kräftige Überlappung der Reflexionen gegeben. Im Vergleich zur kreisförmigen Anordnung mit angepaßtem Strahl und einem Spiegelabstand von 10^3 m ist der Spiegeldurchmesser nur etwa halb so groß.

Zur Vervollständigung seien noch einige ergänzende Bemerkungen angefügt.

Mit Hilfe der Gleichungen (39a), (40) und (56) kann für den Fall des kleinsten w_n in der Eintrittsöffnung der Radius des zugehörigen Fokus berechnet werden:

$$w_o^2 \approx \frac{w_e^2}{1 + \left(\frac{4\pi}{N}\right)^2} \quad (58)$$

Dieser Fokus liegt im Abstand z vom Eintrittsloch innerhalb der Verzögerungsleitung:

$$z = \frac{R}{1 + \left(\frac{N}{4\pi}\right)^2} \quad (59)$$

Aus (56), (58) und (59) ist ersichtlich, daß für große N der Fokus in die Eintrittsöffnung gelegt werden darf. Während in diesem Fall für $N = 34$ unter Einhaltung der Bedingung (56) noch ein Nachbarfleck den kleinsten Durchmesser hat, ist für

$N \gg 34$ die Verteilung praktisch symmetrisch zur Eintrittsöffnung.

Falls sich der Durchmesser der Reflexionsflecken sehr stark ändert, was nach (57) für große N der Fall ist, kann die Gleichung für w_n und damit der Spiegeldurchmesser (55b) auch mit Hilfe der geometrischen Optik bestimmt werden, sofern noch in der Nähe eines Fokus eine Strahlverbreitung angenommen wird nach

$$w^2 = \left(\frac{\lambda}{\pi\alpha}\right)^2 + (\alpha Z)^2 \quad (60)$$

Z ist der Abstand vom jeweiligen Fokus und 2α die Strahldivergenz. Für $Z \gg \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ erfolgt nämlich wegen (40) und (42) eine Abbildung nach den Gesetzen der geometrischen Optik. Es ergibt sich ebenfalls die Gleichung (55a) und damit auch (55b) für den Spiegeldurchmesser.

In den folgenden Beispielen soll die erforderliche Spiegelgröße für eine Anordnung der Reflexionen in einer Lissajous-Figur (Fig. 9) bestimmt werden.

Die Gleichungen (35) beschreiben die Lage der Mittelpunkte der Reflexionen. Diese sind unabhängig vom jeweiligen Durchmesser des Strahls an dieser Stelle. Der Strahlradius bei den jeweiligen Reflexionen ist eindeutig festgelegt durch zwei Parameter des Eintrittsstrahls, z.B. Strahlradius und Divergenz, oder wie in (50a), durch Strahlradius und Krümmungsradius der Wellenfront. Wie diese Parameter zu wählen sind, soll in den nächsten Kapiteln behandelt werden.

Für astigmatische Spiegel mit unterschiedlichen Krümmungsradien R_x und R_y gilt die Gleichung (50a) mit einem bestimmten Satz von Parametern für den Strahlradius w_x in x -Richtung und unabhängig davon mit einem anderen Satz von Parametern für den

Strahlradius w_y in y-Richtung.

Ist für beide Freiheitsgrade gleichzeitig die Wiedereintrittsbedingung erfüllt, dann hat der Austrittsstrahl wieder den Querschnitt des Eintrittsstrahls; ja es gelten sogar die gleichen Gesetzmäßigkeiten wie im Falle der symmetrischen Verzögerungsleitung, da diese Gesetze weiterhin getrennt für die x- und die y-Koordinaten gelten.

Wegen der unterschiedlichen Abbildung für die x- und die y-Koordinaten sind die Reflexionsflecken auf den Spiegeln elliptisch, selbst für einen rotationssymmetrischen Eintrittsstrahl. Alle Reflexionen mit gleichen x-Koordinaten haben gleichen Durchmesser in x-Richtung; der Durchmesser in y-Richtung ändert sich mit der y-Koordinate. Analoges gilt für die Reflexionen mit gleichen y-Koordinaten.

Die Radien des angepaßten Strahls, w_{mx} und w_{my} , sind ebenfalls verschieden; es ist zwar der Spiegelabstand für beide Freiheitsgrade gleich, jedoch die Krümmungsradien der Spiegel sind unterschiedlich. Aus (46) folgt jedoch, daß die Unterschiede klein sind, und für den Fall $N_x \approx N_y$ vernachlässigt werden können. Es ist also weiterhin erlaubt, von einem "angepaßten" Strahl zu sprechen, für den alle Reflexionen gleich groß bleiben.

Es werden nun für Anordnungen nach (35) bzw. Fig. 9 für verschiedene Randbedingungen die erforderlichen Spiegeldurchmesser bestimmt.

d) Lissajous-Figur mit angepaßtem Strahl ohne Überlappungen

Soll aus Streulichtgründen jede Überlappung vermieden und mit einem angepaßten Strahl gearbeitet werden, dann muß der kleinste Zeilen- bzw. Spaltenabstand mindestens gleich groß sein wie der Strahldurchmesser (siehe (38))

$$S \cdot 2w_m = w_{Ky} \left(\cos \frac{\pi}{N_Y} - \cos \frac{3\pi}{N_Y} \right) \quad (61a)$$

Für große N_Y gilt die Näherung:

$$S \cdot 2w_m \approx w_{Ky} \left(\frac{2\pi}{N_Y} \right)^2 \quad (61b)$$

Eine analoge Gleichung gilt für die x-Koordinaten. Damit ist

$$\begin{aligned} w_s &= S \cdot \left(\sqrt{w_{Kx}^2 + w_{Ky}^2} + w_m \right) \\ &= S \left(\sqrt{\frac{N_x^4 + N_y^4}{4\pi^4} + 1} \right) \sqrt{\frac{\lambda L}{\pi}} \end{aligned} \quad (62a)$$

Wegen (34) und wegen $N_x \approx N_y$ wird daraus:

$$2w_s \approx S \sqrt{\frac{\lambda L}{\pi 5} (4N^2 + 4N^2)} = S \sqrt{\frac{8N}{\pi 5}} \sqrt{\lambda L} \quad (62b)$$

Durch die Näherungen, die in (62b) gegenüber (62a) enthalten sind, entsteht ein Fehler, der für $N = 70$ bei 10% liegt und mit wachsendem N kleiner wird. Ein Zahlenbeispiel zu (62b):

$$2w_s \approx S \cdot 0,406 \text{ m} \sqrt{\frac{N}{126} \cdot \frac{\lambda}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \frac{L}{10^5 \text{ m}}}$$

e) Lissajous-Figur mit angepaßtem Strahl mit Überlappungen

Will man Überlappungen tolerieren, aber trotzdem weiterhin mit einem angepaßten Strahl arbeiten, dann muß wenigstens noch der Austrittsstrahl von den Nachbarn getrennt sein:

$$S \cdot 2w_m = w_{Ky} \sin \frac{2\pi}{N_Y}.$$

$$\text{Es ist wieder } w_s = S \left(\sqrt{w_{Kx}^2 + w_{Ky}^2} + w_m \right)$$

Für große N gilt:

$$2w_s \approx S \left(\sqrt{\left(\frac{N_x}{\pi} \right)^2 + \left(\frac{N_y}{\pi} \right)^2 + 1} \right) w_m \approx S \frac{4}{\sqrt{\pi^3}} \sqrt{\lambda L} \quad (63)$$

unabhängig von N .

Zahlenbeispiel:

$$2w_s \approx S \cdot 0,16 \text{ m} \sqrt{\frac{\lambda}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \frac{L}{10^5 \text{ m}}}$$

f) Lissajous-Figur mit veränderlichem Strahldurchmesser ohne Überlappungen

Um die Spiegeloberfläche optimal auszunutzen unter gleichzeitiger Vermeidung von Überlappungen wird der in der Mitte eingeschossene Eintrittsstrahl aufgeweitet.

Strahldurchmesser und Abstand der Reflexionen voneinander sind dann gleichzeitig in den mittleren Bereichen groß und in den äußeren Bereichen klein. Die Lissajous-Figur ist symmetrisch zur Mitte; die Verteilung der Strahlradian ist ebenfalls symmetrisch zur Mitte, wenn wieder gilt:

$$R_e = -2f = -R .$$

Im Grenzfall der geometrischen Optik, d.h. bei einer sehr starken Aufweitung des Eintrittsstrahls ändert sich der Strahlradius nach der gleichen Gesetzmäßigkeit wie der Fleckabstand. Dafür schreiben wir (52a) in der Form:

$$\left(\frac{w_n}{w_e}\right)^2 = \cos^2 n\theta + \left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4 \sin^2 n\theta \quad (52b)$$

Die Abbildung erfolgt nach der geometrischen Optik, wenn der erste Term auf der rechten Seite zur Beschreibung ausreicht. Dies ist dann der Fall, wenn

$$\frac{w_m}{w_e}^2 \ll |\cos \theta| \approx \frac{\pi}{N_y} \quad (64)$$

ist. In diesem Fall folgen die Radian von der Mitte aus nach außen gezählt dem Gesetz:

$$w_{2\nu} = w_e \cos 2\nu \frac{\pi}{N_y} \quad \nu = 0, 1, 2, \dots \quad (65)$$

Andererseits folgen die y-Koordinaten aufeinander nach

$$y_{2\nu} = w_{Ky} \sin 2\nu \frac{\pi}{N_y} \quad \text{mit } \nu = 0, 1, 2, \dots$$

Ihr Abstand voneinander ist daher gegeben durch:

$$\begin{aligned}
d_{2\nu+2, 2\nu} &= w_{Ky} \left[\sin \left((2\nu+2) \frac{\pi}{N_Y} \right) - \sin 2\nu \frac{\pi}{N_Y} \right] \\
&= w_{Ky} \left[\sin \left(2\nu \frac{\pi}{N_Y} \right) \left\{ \cos \frac{2\pi}{N_Y} - 1 \right\} + \cos 2\nu \frac{\pi}{N_Y} \sin \frac{2\pi}{N_Y} \right] \\
&\approx w_{Ky} \cos 2\nu \frac{\pi}{N_Y} \sin \frac{2\pi}{N_Y} \quad (66)
\end{aligned}$$

Es liegt also in beiden Fällen die gleiche Gesetzmäßigkeit vor.

Würde der Eintrittsstrahl so weit aufgeweitet bis (64) erfüllt ist, dann wäre der zugehörige Spiegeldurchmesser unnötig groß:

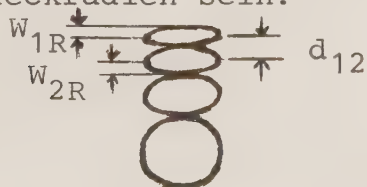
$$d_{o2} = w_e + w_2 \approx w_e \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2\pi}{N_Y} \right)^2 \left[\left(\frac{w_m}{w_e} \right)^4 - 1 \right]} \right) \approx 2w_e \quad (67)$$

$$2w_s \approx s_2 \sqrt{2} w_{Ky} = s_2 \sqrt{2} \frac{N_Y}{\pi} w_e \quad (68)$$

Der Spiegeldurchmesser würde proportional zum Durchmesser des Eintrittsstrahls mitwachsen.

Der Strahl wird deshalb nur so aufgeweitet, wie es für eine Minimalisierung des Spiegelradius erforderlich ist. Dabei sind dann die Fleckradien in den Außenbereichen nicht mehr durch (65) gegeben, sondern wegen der Beugungsbegrenzung nach (50a) bzw. (50b) vergrößert.

Wenn jede Überlappung vermieden werden soll, dann muß der äußerste Fleckabstand d_{12} gleich der Summe der beiden äußersten Fleckradien sein:



$$\begin{aligned}
d_{12} = w_{1R} + w_{2R} &= \frac{w_e}{\sqrt{2}} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{w_m}{w_e} \right)^4 + \left[1 - \left(\frac{w_m}{w_e} \right)^4 \right] \left(-\cos \frac{2\pi}{N_Y} \right)} + \right. \\
&\quad \left. + \sqrt{1 + \left(\frac{w_m}{w_e} \right)^4 + \left[1 - \left(\frac{w_m}{w_e} \right)^4 \right] \left(-\cos \frac{6\pi}{N_Y} \right)} \right\} \quad (69)
\end{aligned}$$

Nach (38) ist andererseits

$$d_{12} = w_{Ky} \left(\frac{2\pi}{N_Y} \right)^2 \quad (70)$$

Aus diesen beiden Gleichungen läßt sich numerisch ein Minimum für w_{Ky} und damit für den Spiegelradius bestimmen. Für große N_Y ergibt sich das Minimum für

$$\left(\frac{w_m}{w_e} \right)^2 = \frac{2\pi}{N_Y} \quad (71)$$

Für kleine N_Y liefert (71) immer noch eine gute Näherung; so ergibt sich für $N_Y = 10$ ein Wert, der gegenüber dem aus (69) und (70) berechneten Minimum nur um weniger als 20% zu groß ist.

Für große N_Y , d.h. für $\left(\frac{3\pi}{N_Y} \right)^2 \ll 1$ kann (69) entwickelt werden und man erhält:

$$(w_{Ky})_{\min} = \frac{N_Y}{4\pi} \sqrt{\frac{N_Y}{2\pi}} w_m (\sqrt{5} + \sqrt{13}) \quad (72)$$

Und daraus mit den üblichen Näherungen:

$$\begin{aligned} 2w_s &\approx S \frac{\sqrt[4]{2N}}{\pi^2 \sqrt{2}} (\sqrt{5} + \sqrt{13}) \sqrt{\lambda L} \\ &= S \cdot 0,373 \text{ m} \cdot \sqrt[4]{\frac{N}{126}} \sqrt{\frac{\lambda}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \frac{L}{10^5 \text{ m}}} \end{aligned} \quad (73)$$

Aus praktischen Gründen ist es oft erwünscht, den Strahldurchmesser in der Eintrittsöffnung klein zu halten. Wegen der Periodizität in n kann natürlich jeder beliebige Punkt der Lissajous-Figur für den Einschub gewählt werden, insbesondere auch ein Eckpunkt mit kleinem Strahldurchmesser.

Die Fleckdurchmesser sind dabei nur dann symmetrisch zur Mitte verteilt wie bisher, wenn der neue Eintrittsstrahl mit einem solchen Krümmungsradius der Wellenfront R_e versehen wird, daß bei der Reflexion in der Mitte der Krümmungsradius R_w gleich $-R$ wird. Die richtige Wahl von R_e ist besonders für kleine N_x

und N_y wichtig; ansonsten kommt es wegen der entstehenden Unsymmetrie doch zu Überlappungen.

Die Parameter des neuen Eintrittsstrahls können dadurch bestimmt werden, daß man sich zunächst den Strahl in der Mitte angeboten denkt mit $R_e = -R$ und w_e nach (71). Nach (50a) sind dann alle Strahlradien auf den Spiegeln bekannt, insbesondere auch der Radius des neuen Eintrittsstrahls und der Radius des neuen ersten fernen Reflexes. Mit Hilfe der Gleichungen (39a) und (40) ist dann auch R_e festgelegt. Z ist dabei wie immer vom zugehörigen Fokus aus gezählt.

g) Lissajous-Figur mit auf den Rand fokussiertem Strahl

Für einen Gesamtlichtweg von 100 km müssen die Spiegel unangenehm groß sein, falls jede Überlappung von Reflexionsflecken vermieden werden soll. Wie unter f) gezeigt, gilt dies auch für eine Anordnung der Reflexionen in einer Lissajous-Figur, bei der ein Quadrat auf der Spiegeloberfläche weitgehend gleichmäßig beleuchtet wird.

Selbst wenn Überlappungen zugelassen werden, wird nicht viel gewonnen, solange der Einschub in den Außenbereichen der Lissajous-Figur vorgenommen wird. Es muß ja weiterhin der Austrittsstrahl von seinen Nachbarn getrennt bleiben, und diese liegen am Rand sehr dicht beisammen.

Der Vollständigkeit halber sei noch der kleinstmögliche Spiegeldurchmesser angegeben für den Fall, daß der Eintrittsstrahl in der Ecke der Lissajous-Figur eingeschossen wird mit $R_e = -R$, d.h. $w_e = w_{\min}$.

Analog zu (69) und (70) gilt jetzt, sofern noch der Cosinus entwickelt wird:

$$w_{Ky} \left(\frac{2\pi}{N_y} \right)^2 = S \left(w_e + \sqrt{w_e^2 + \left(\frac{2\pi}{N_y} \right)^2 \frac{w_m^4}{w_e^2}} \right) \quad (74)$$

w_{Ky} und damit w_s wird minimal für

$$\left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4 = 3 \left(\frac{N_y}{2\pi}\right)^2 \quad (75)$$

Mit den üblichen Annahmen: $w_{Kx} \approx w_{Ky}$, $2N \approx N_x^2 \approx N_y^2$ wird daraus

$$2w_s \approx S \frac{3\sqrt{2}}{\pi^2} \sqrt[4]{\frac{2N}{3}} \sqrt{\lambda L} = S \cdot 1,30 \sqrt[4]{\frac{N}{126}} \sqrt{\lambda L} = S \cdot 0,29 \text{ m} \sqrt[4]{\frac{N}{126}} \sqrt{\frac{\lambda}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \cdot \frac{L}{10^5 \text{ m}}}$$

Dies ist gegenüber (73) nur ein geringer Gewinn.

h) Lissajous-Figur mit kleinstem Strahldurchmesser in der Mitte

Die kleinsten Spiegel bei einem bestimmten Gesamtlichtweg L sind möglich, wenn der Eintrittsstrahl verengt in der Mitte eingebracht wird. Hier sind die Abstände zu den Nachbarn am größten. Die Mittelpunkte der Reflexionen rücken näher zusammen mit wachsendem Abstand vom Spiegelmittelpunkt (siehe (66)), während ihr Durchmesser anwächst.

Der kleine Spiegeldurchmesser wird somit erkaufte durch einen hohen Grad an Überlappung zwischen den einzelnen Reflexionen.

Zur Berechnung des notwendigen Spiegeldurchmessers wird wieder angenommen, daß der Austrittsstrahl von seinen Nachbarn gut getrennt sein muß:

$$w_{Ky} \sin \frac{2\pi}{N_y} = S \left[w_e + \frac{w_e}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4 + \left[1 - \left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4\right] \cos 4\theta_y} \right] \quad (77)$$

Für $\frac{4\pi}{N_y} \ll 1$ erhält man nach Entwicklung der Winkelfunktionen für den Spiegelradius w_{sy} in y -Richtung:

$$w_{sy} = w_{Ky} + S w_{\max} = S \left[\frac{N_y}{2\pi} \left\{ w_e + w_e \sqrt{1 + \left(\frac{2\pi}{N_y}\right)^2 \left[\left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4 - 1 \right]} \right\} + \frac{w_m^2}{w_e} \right] \quad (78a)$$

$w_{\max}$ ist der größte Strahlradius auf dem Spiegel (siehe (51)).

Für nicht zu kleine N_y ist $\left(\frac{w_m}{w_e}\right)^4 \gg 1$, und damit bleibt:

$$w_{sy} = S \left[\frac{N_y}{2\pi} w_e + \frac{w_m^2}{w_e} + \sqrt{\left(\frac{N_y}{2\pi} w_e\right)^2 + \left(\frac{w_m^2}{w_e}\right)^2} \right] \quad (78b)$$

$$:= S_1 + \sqrt{S_2}$$

Die beiden Summen S_1 und S_2 haben jeweils ihr Minimum für

$$w_e^2 = \frac{2\pi}{N_y} w_m^2 \quad (79a)$$

Mit (51) kann dies auch geschrieben werden als

$$\frac{w_{\max}}{w_e} = \frac{N_y}{2\pi} \quad (79b)$$

Damit ergibt sich der Spiegelradius w_s aus:

$$w_s^2 = w_{sx}^2 + w_{sy}^2 = S^2 w_m^2 \frac{(2+\sqrt{2})^2}{2\pi} (N_x + N_y)$$

$$w_s \approx S \sqrt{\frac{\lambda \ell}{\pi}} \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{2} \sqrt[4]{2N} = S \frac{2+\sqrt{2}}{\pi} \sqrt[4]{\frac{2}{N}} \sqrt{\lambda L} \quad (80)$$

$$2w_s \approx S \cdot 0,78 \sqrt[4]{\frac{126}{N}} \sqrt{\lambda L} = S \cdot 0,173 \text{ m} \sqrt[4]{\frac{126}{N}} \sqrt{\frac{\lambda}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \frac{L}{10^5 \text{ m}}}$$

Dies ist für $N = 126$ praktisch derselbe Wert, der sich für den Fall e) ergab. Dort wurde mit angepaßtem Strahl und mit Überlappungen gearbeitet. Die beiden Fälle sind für das relativ kleine N noch beinahe gleich: zu $N = 126$ gehört etwa $N_x = 18$, $N_y = 14$; jeder Spiegel trägt $9 \cdot 7 = 63$ Reflexionen. Nach (79a) ist der Eintrittsstrahl nur um etwa $\sqrt{2}$ gegenüber dem angepaßten Strahl im Durchmesser reduziert, und dies macht verständlich, daß die Fälle e) und h) für kleine N_x und N_y in der für große N aufgestellten Formel das gleiche liefern. (80) bietet, zumindest theoretisch, die Möglichkeit, den Spiegelradius durch eine sehr große Anzahl von Reflexionen zu verkleinern. Aus folgenden Gründen ist jedoch eine allzu große Anzahl N von Reflexionen unerwünscht:

Wegen der unvermeidlichen Reflexionsverluste nimmt die verfügbare Lichtleistung merklich ab

Nach (27) bzw. (29) wachsen die Anforderungen an die relative Genauigkeit des Spiegelkrümmungsradius quadratisch mit N

die Streulichtprobleme nehmen zu

störende Spiegelbewegungen (thermisch angeregte Eigenschwingungen etc.) erscheinen mit N multipliziert.

Zusammenfassung

Für einen Gesamtlichtweg von 100 km müssen die Spiegeldurchmesser einer Verzögerungsleitung sehr groß gewählt werden. Die folgenden Zahlenbeispiele enthalten alle den Sicherheitsfaktor $S = 3$.

Sollen Überlappungen vermieden werden, müßten die Spiegel einen Durchmesser von mindestens 0,70 m haben; der zugehörige Spiegelabstand ist sehr groß, nämlich 17 km für das betrachtete Beispiel mit $N = 6$.

Bei einem realistischen Spiegelabstand von 1 km gelten folgende Werte:

Ohne Überlappungen ist der kleinstmögliche Spiegeldurchmesser etwa 1 m; er läßt sich nur mit komplizierten Anordnungen realisieren, wie z.B. mit strahlversetzenden und fokussierenden Prismen innerhalb der Verzögerungsleitung oder astigmatischen Spiegeln.

Mit Überlappungen und einer kreisförmigen Anordnung der Reflexionen müssen die Spiegel mindestens einen Durchmesser von 0,75 m besitzen.

Der kleinstmögliche Spiegeldurchmesser von 0,50 m ergibt sich für eine Lissajous-Anordnung mit einem hohen Grad an Überlappung der Reflexionen.

Welcher Spiegeldurchmesser gewählt werden muß hängt von verschiedenen Faktoren ab, z.B.

ob Resonanzen der Spiegel und ihrer Halterungen im Meßgebiet vermieden werden können

mit welcher optischen Qualität große Spiegel hergestellt werden können, und schließlich wie klein die Auswirkungen des Streulichts gehalten und welcher Grad an Überlappung der Reflexionen daher toleriert werden kann.

In Tabelle 1 werden die Ergebnisse zum Vergleich noch einmal zusammengestellt.

Tabelle 1 Minimaler Spiegeldurchmesser für verschiedene Strahlengänge und einen Sicherheitsfaktor $S = 3$

a) getrennte Reflexionen

Anordnung	Spiegeldurchmesser	
	in Einheiten von $S\sqrt{\lambda L}$	in Einheiten von $\sqrt{\frac{\lambda}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \frac{L}{10^5 \text{ m}}}$
$N=2, w_m$	$\sqrt{\frac{2}{\pi}}$	0,54 m
$N=6, w_m$	$\frac{2}{\sqrt{6\pi}} \left[1 + \frac{1}{\cos \frac{\pi}{6}} \right]$	0,68 m
$K, w_m, \text{großes } N$	$\sqrt{\frac{N}{\pi 3}}$	$1,37 \sqrt{\frac{N}{126}} \text{ m}$
mehrere K, w_m	$\frac{4}{\pi}$	0,87 m
Liss., w_m	$\sqrt{\frac{8N}{\pi 5}}$	$1,24 \sqrt{\frac{N}{126}} \text{ m}$
Liss., w_n	$\frac{\sqrt{5} + \sqrt{13}}{\pi 2} \sqrt[4]{\frac{N}{2}}$	$1,14 \sqrt[4]{\frac{N}{126}} \text{ m}$

b) überlappende Reflexionen

Anordnung	Spiegeldurchmesser	
	in Einheiten von $S\sqrt{\lambda L}$	in Einheiten von $\sqrt{\frac{\lambda}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \frac{L}{10^5 \text{ m}}}$
$K, w_n, \text{großes } N$	$\frac{2+\sqrt{2}}{\pi}$	0,74 m
Liss., w_m	$\frac{4}{\sqrt{\pi^3}}$	0,49 m
Liss., w_n , Fokus außen	$\frac{3\sqrt{2}}{2\pi} \quad 4\sqrt{\frac{2N}{3}}$	$0,89 \quad 4\sqrt{\frac{N}{126}} \text{ m}$
Liss., w_n , w_n innen klein	$2 \frac{2+\sqrt{2}}{\pi} \quad 4\sqrt{\frac{2}{N}}$	$0,53 \quad 4\sqrt{\frac{2}{N}} \text{ m}$

Die Abkürzungen bedeuten:

- K - die Mittelpunkte der Reflexionen liegen auf einem Kreis
 Liss. - die Mittelpunkte der Reflexionen bilden eine Lissajous-Figur
 w_m - angepaßter Strahl
 w_n - veränderlicher Durchmesser der Reflexionen

Neben der Frage nach den Spiegeldimensionen gewinnen mit zunehmendem Lichtweg die Absolutwerte der Krümmungsradien der Spiegel bzw. deren relative Abweichungen voneinander an Bedeutung, so wie es z.B. in den Gleichungen (27) und (29) zum Ausdruck kommt. Im folgenden Abschnitt wird daher eine Methode zur Messung dieser Werte beschrieben.

5. Bestimmung der Krümmungsradien von Spiegeln in Verzögerungsleitungen

Eine Verzögerungsleitung bietet die Möglichkeit, ohne viel Aufwand und doch relativ genau die Krümmungsradien der Spiegel zu bestimmen. Das Prinzip ist denkbar einfach: Je nach den Gegebenheiten wird anhand der im Folgenden abgeleiteten Beziehungen ein bestimmter Wert von θ und damit ein bestimmter Spiegelabstand gewählt. Ausgangspunkt bilden die Gleichungen (13), (14) bzw. (23), (24) und (30). Es wird die Wiedereintrittsbedingung eingestellt und der Spiegelabstand gemessen. Daraus wird der Krümmungsradius berechnet. Der Strahlverlauf für einige spezielle Werte von θ ist in den Abbildungen 14, 15 und 16 skizziert. Bei Kugelspiegeln hängt nach (25), (29a) und (29b) die y-Position des Austrittsstrahls empfindlich ab von Änderungen des mittleren Krümmungsradius $\bar{R}_y$ der beiden Spiegel, während die x-Position nach den Gleichungen (32) weitgehend unempfindlich ist gegen kleine Schwankungen des mittleren Krümmungsradius $\bar{R}_x$. Durch die angegebene Meßmethode wird daher $\bar{R}_y$ bestimmt; $\bar{R}_x$ erhält man durch Drehen der Spiegel um 90° .

Die Toleranz der Meßwerte ist gegeben durch die Genauigkeit sowohl der Messung des Spiegelabstands als auch der Einstellung der Wiedereintrittsbedingung. Es ist jeweils zu prüfen, welcher der beiden Faktoren dominiert. Die Einstellgenauigkeit der Wiedereintrittsbedingung ist begrenzt durch die kleinste noch feststellbare Versetzung δy des Austrittsstrahls gegenüber dem Eintrittsstrahl. In einem Laboraufbau mit Strahldurchmessern von etwa 1 mm sind seitliche Versetzungen von 0,5 mm mit Hilfe kleiner Blenden gut erkennbar. Besteht die Möglichkeit, den Laserstrahl durch das Substrat und die spiegelnde Fläche einzu-

bringen und so den Strahlengang des transmittierten Lichts verfolgen zu können, dann ist die Genauigkeit noch höher, insbesondere wenn der Strahl fokussiert wird. Beobachtet wird eine mögliche Unsymmetrie, die durch eine Überlagerung des erneut umlaufenden Strahls mit dem Eintrittsstrahl entsteht.

Zur Kontrolle wird außerdem die Größe einer seitlichen Versetzung des Austrittsstrahls aufgrund einer Änderung des Spiegelabstands betrachtet.

Häufig sind folgende Größen zu bestimmen:

1. der mittlere Krümmungsradius zweier Spiegel entsprechend Gleichung (24)
2. die Absolutwerte der einzelnen Krümmungsradien
3. die kleinen Unterschiede in den Krümmungsradien ähnlicher Spiegel oder die Abhängigkeit des Krümmungsradius eines Spiegels von den verwendeten Oberflächenbereichen oder von der Richtung.

Zu Fragestellung 1.

Hierfür sind (14) bzw. (24) die Ausgangsgleichungen.

$$\cos\theta = 1 - \frac{\ell}{\bar{R}} \quad (24a)$$

$$\ell = \bar{R} (1 - \cos\theta) = 2\bar{R} \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (24b)$$

Aus dem gemessenen ℓ bestimmt sich $\bar{R}$ also nach

$$\bar{R} = \frac{\ell}{1 - \cos\theta} = \frac{\ell}{2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} \quad (24c)$$

Aus (24b) folgt: Ist die Wiedereintrittsbedingung genau erfüllt, so kann der Krümmungsradius so gut bestimmt werden wie der Spiegelabstand gemessen werden kann:

$$\frac{\delta \bar{R}}{\bar{R}} = \frac{\delta \ell}{\ell} \quad (81)$$

Eine relative Änderung des Krümmungsradius $\frac{\delta \bar{R}}{\bar{R}}$ bewirkt eine Änderung von Θ nach

$$\frac{\delta \bar{R}}{\bar{R}} = - \operatorname{ctg} \frac{\Theta}{2} \delta \Theta \quad (82)$$

und führt zu einer seitlichen Versetzung des Austrittsstrahls um δy nach

$$\delta y = - \frac{\delta \bar{R}}{\bar{R}} N w_K \operatorname{tg} \frac{\Theta}{2} \quad (83)$$

Ist andererseits der Spiegelabstand beliebig genau meßbar oder festgelegt, dann ist bei gegebener Unschärfe δy in der Position des Austrittsstrahls der Krümmungsradius umso genauer definiert, je größer N , w_K und $\operatorname{tg} \frac{\Theta}{2}$ sind.

N und w_K können aus Platzgründen nicht zu groß gewählt werden, N womöglich auch wegen der Reflexionsverluste. Der Tangens ist für $\Theta \approx \pi$, also für $\ell \approx 2\bar{R}$, sehr groß. $\ell = 2\bar{R}$ stellt jedoch eine "Stabilitätsgrenze" der Anordnung dar. So ist etwa aus Gleichung (24a) zu ersehen, daß für $\ell > 2\bar{R}$ keine geschlossenen Lichtwege mehr existieren. Ein anderes Maß für die Stabilitätsgrenze ist der divergierende Strahlradius nach (45), falls ℓ sich $2\bar{R}$ nähert. Eine weitere Eigenschaft der Stabilitätsgrenze macht sich beim Experimentieren unangenehm bemerkbar: Für $\ell \approx 2\bar{R}$ liegen die Krümmungsmittelpunkte der beiden Spiegel sehr nahe beieinander. Da die optische Achse als die Gerade durch die beiden Krümmungsmittelpunkte definiert ist, wird ihre Richtung durch geringe Neigungen und Drehungen der Spiegel sehr stark verändert, und dies wiederum verursacht eine große Versetzung der Reflexionspunkte.

Für große Krümmungsradien ist der Spiegelabstand in diesem Fall entsprechend groß. Im allgemeinen steht die notwendige Meßstrecke nicht ohne weiteres zur Verfügung; erschwerend kommt

hinzu, daß bei großen Lichtwegen der Strahl im Vakuum verlaufen muß, um Strahlversetzungen durch die Brechzahlchwankungen der Luft auszuschließen.

In der Nähe dieser Stabilitätsgrenze der Verzögerungsleitung könnte der Krümmungsradius der Spiegel zwar sehr genau bestimmt werden; aus den eben erwähnten Gründen wird man jedoch einen anderen Wert von θ wählen, bei dem dann immer noch die Meßgenauigkeit für den Spiegelabstand die Genauigkeit in der Bestimmung des Krümmungsradius begrenzt, und nicht die mangelhafte Erfüllung der Wiedereintrittsbedingung.

Einige spezielle Beispiele für θ sind:

a) $\theta = \pi - \frac{2\pi}{N}$

Dies ist der Fall nahe der Stabilitätsgrenze:

$$l = 2\bar{R} \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{N} \right) \approx 2\bar{R}$$

Bei einer kreisförmigen Anordnung der Reflexionen folgen diese auf einem Spiegel direkt benachbart aufeinander, jeweils um $2\delta\theta = \frac{4\pi}{N}$ versetzt. Der Strahl überkreuzt nahe der Mitte der Verzögerungsleitung die optische Achse und trifft den anderen Spiegel auf der gegenüberliegenden Seite:



Fig. 14

Strahlengang für $\theta = \pi - \frac{2\pi}{N}$

Hierbei ist

$$\begin{aligned} \delta y &= - \frac{\delta \bar{R}}{\bar{R}} N w_K \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{N} \right) \\ &\approx - \frac{\delta \bar{R}}{\bar{R}} w_K \frac{N^2}{\pi} \end{aligned}$$

$$b) \quad \Theta = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{N}$$

Dies ist der Fall der für unser 3 m-Experiment gewählt wurde. Es ist

$$\ell = 2\bar{R} \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2N} \right) \approx \bar{R} \quad (85)$$

$$\delta y = - \frac{\delta \bar{R}}{\bar{R}} N w_K \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2N} \right) \approx - \frac{\delta \bar{R}}{\bar{R}} N w_K \quad (86)$$

Bei einer kreisförmigen Anordnung der Reflexionen folgen diese aufeinander wie in Fig. 6 dargestellt; von einem Spiegel zum anderen erfolgt eine Drehung um Θ , also etwa um 90° , d.h. auf einem Spiegel liegen zwei aufeinanderfolgende Reflexionen auf dem Fleckkranz fast diagonal gegenüber.

$$c) \quad \Theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2N}$$

Dazu gehört ein Abstand von

$$\ell = 2\bar{R} \sin^2 \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4N} \right) \approx 0.3 \bar{R} \quad (87)$$

$$\delta y = - \frac{\delta \bar{R}}{\bar{R}} N w_K \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4N} \right) \approx -0.4 \frac{\delta \bar{R}}{\bar{R}} N w_K \quad (88)$$

Auf einem Spiegel folgen die Reflexionen um $2\Theta = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{N}$, also etwa um 90° versetzt aufeinander. Die Wiedereintrittsbedingung ist erfüllt, wenn $N \cdot \delta\Theta = \frac{\pi}{2}$ ist, also $\delta\Theta = \frac{\pi}{2N}$. Es trifft dann ein Reflex der Reihe 6, 14, 22, ... in die Eintrittsöffnung.

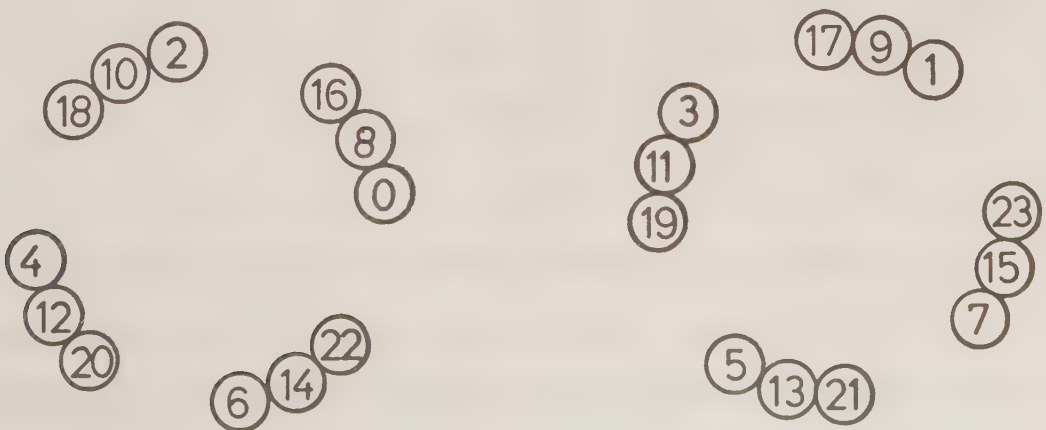


Fig. 15

Anordnung der Reflexionen bei $\Theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2N}$

d) $\Theta = \frac{2\pi}{N}$

Dieser Fall ist besonders interessant für Spiegel mit großem Krümmungsradius, denn der Spiegelabstand kann trotzdem sehr klein gemacht werden:

$$l = 2\bar{R} \sin^2\left(\frac{\pi}{N}\right) \approx 2\bar{R} \left(\frac{\pi}{N}\right)^2 \quad (89)$$

Mit einem geeigneten N kann man damit den Spiegelabstand auf eine angenehme Größe einstellen.

Der Strahl verläuft beinahe achsenparallel und wird bei jeder Reflexion um den Winkel Θ "weitergedreht". Nach N Reflexionen soll die Eintrittsöffnung wieder getroffen werden:

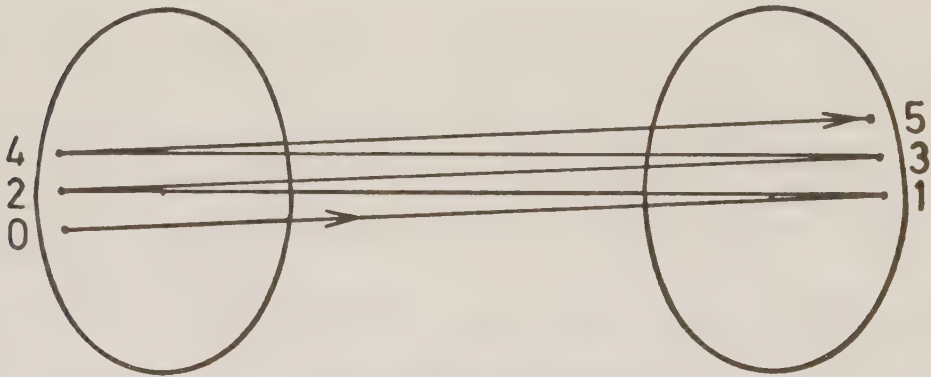


Fig. 16

Strahlengang für $\Theta = \frac{2\pi}{N}$

Die Meßgenauigkeit ist hierbei in den meisten Fällen durch die begrenzte Auflösung für die seitliche Versetzung des Austrittsstrahls gegeben:

$$\delta y = - \frac{\delta \bar{R}}{\bar{R}} N w_K \operatorname{tg} \frac{\pi}{N} \approx - \frac{\delta \bar{R}}{\bar{R}} w_K \pi \quad (90)$$

Diese Größe ist unabhängig von N , solange N nicht zu klein ist. Andererseits darf N auch nicht zu groß gewählt werden, um eine hinreichende Genauigkeit für die Abstandsmessung zu gewährleisten. Ist nämlich eine bestimmte Ablesegenauigkeit

für die Längenmessung vorgegeben, etwa 1/10 mm bei einer Schublehre, dann ist ein kleiner Abstand ungünstig. Außerdem ist der Spiegeldurchhang umso sorgfältiger zu berücksichtigen, je kleiner der Spiegelabstand ist. Der Spiegelabstand ist definiert als die Länge der optischen Achse zwischen den Spiegeln.

Bei vorgegebener Ablesegenauigkeit $\delta \ell$ in der Abstandsmessung ist die Toleranz δy in der Position des Austrittsstrahls bestimmend für das Ergebnis, falls

$$N < \sqrt{\frac{2\pi \bar{R} \delta y}{w_K \delta \ell}} \quad (91)$$

Zwischen einer relativen Abstandsänderung und der dadurch hervorgerufenen seitlichen Versetzung des Austrittsstrahls besteht die Beziehung

$$\delta y = N w_K \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \frac{\delta \ell}{\ell} \quad (92)$$

Bis auf das Vorzeichen ist dies der gleiche Zusammenhang wie bei einer relativen Änderung des mittleren Krümmungsradius, siehe (83). Nach (81) ist dies auch zu erwarten.

Experimentelle Ergebnisse

a) $\bar{R} \approx 3 \text{ m}$

Die Spiegel der 3 m-Apparatur wurden von der Fa. Zeiss/Oberkochen geschliffen und von der Fa. Balzers/Liechtenstein beschichtet. Das Substrat besteht aus Zerodur mit einer Dicke von $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ und einem Durchmesser von 0,13 m. Der Normradius von Zeiss wurde mit 2,9854 m angegeben; der Ist-Radius des Normals war einige Monate vor der Spiegelherstellung 2,9825 m.

Zur Bestimmung des mittleren Krümmungsradius zweier Spiegel wurden jeweils mehrere voneinander unabhängige Messungen

durchgeführt. Ein typisches Beispiel war:

$$w_K = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}, \theta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{130}, \text{ also } N = 130 \text{ und } \ell = \bar{R} (1 - \sin \frac{\pi}{130})$$

Gemessen wurde $\ell = 2,909 \text{ m}$. Daraus ergibt sich $\bar{R} = 2,981 \text{ m}$

Fehlerabschätzung:

Bei einer Toleranz δy in der Position des Austrittsstrahls von $\pm 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ ist nach (92) der Spiegelabstand festgelegt auf

$$|\delta \ell| \leq \frac{\ell}{N w_K} \frac{|\delta y|}{\tan \frac{\theta}{2}} \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Die Toleranz in der Messung des Spiegelabstandes war $\pm 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$. Nach (81) und (85) ist der mittlere Krümmungsradius damit auf $\pm 7 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ genau bekannt.

b) $\bar{R} \approx 30 \text{ m}$

Als Anfangsausrüstung für die 30 m-Apparatur wurden Spiegel aus Zerodur gewählt, die von der Berliner Glas KG geschliffen wurden und am Max-Planck-Institut für Plasma-physik in Garching beschichtet wurden. Das Substrat ist $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ dick und hat einen Durchmesser von 0,15 m. Der geforderte Krümmungsradius war $31.6 \pm 0.6 \text{ m}$. Die Firma gab eine Oberflächengenauigkeit von $\lambda/4$ an ohne eine nähere Definition dieser Größe.

Als Beispiel seien wieder die Zahlenwerte für eine spezielle Messung angegeben:

$$w_K = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}; \theta = \frac{2\pi}{46}, \text{ also } N = 46; \text{ gemessen wurde } \ell = 0,2915 \text{ m.}$$

Nach (89) entspricht dies einem mittleren Krümmungsradius von $\bar{R} = 31.30 \text{ m}$.

Fehlerabschätzung:

Bei einer Toleranz in der Position des Austrittsstrahls von $\delta y = \pm 5 \cdot 10^{-4}$ m ist der zugehörige Meßfehler für den mittleren Krümmungsradius nach (90) $\delta \bar{R} = \pm 0.1$ m.

Aufgrund der Toleranz in der Messung des Spiegelabstandes von $\pm 10^{-4}$ m ergibt sich nach (81) ein Meßfehler von $\delta \bar{R} = \pm 10^{-2}$ m. Die Meßgenauigkeit ist somit allein durch die Toleranz in der Position des Austrittsstrahls begrenzt.

Zu Fragestellung 2.

Unter 1. wurden nur Aussagen gemacht über den mittleren Krümmungsradius einer Verzögerungsleitung. In vielen Fällen ist es jedoch notwendig, den Krümmungsradius der einzelnen Spiegel zu bestimmen.

Es werden nun die dafür benötigten Gleichungen und die Beziehungen zur Abschätzung der Meßgenauigkeit angegeben. Als Spezialfälle werden $\theta = 90^\circ$, $R_0 \gg R_1$ und $R_1 = \infty$ behandelt, wobei R_0 den gesuchten Krümmungsradius bezeichnet. Die Ausgangsgleichungen sind (23a) bzw. (23b). Für den Spiegelabstand gilt die Beziehung:

$$\begin{aligned} \ell^2 - (R_0 + R_1) \ell + R_0 R_1 \sin^2 \theta &= 0 & (93) \\ \ell &= \frac{1}{2} (R_0 + R_1 \pm \sqrt{(R_0 + R_1)^2 - 4 R_0 R_1 \sin^2 \theta}) = \\ &= \frac{1}{2} (R_0 + R_1 \pm \sqrt{R_0^2 + R_1^2 + 2 R_0 R_1 \cos 2\theta}) \end{aligned}$$

Die Doppeldeutigkeit im Vorzeichen kommt dadurch zustande, daß jetzt innerhalb der möglichen Grenzen für ℓ zwischen θ und ℓ kein monotoner Zusammenhang mehr besteht (vergl. (23b) und (14)). Bei bekanntem R_1 und gemessenem Spiegelabstand errechnet sich R_0 aus:

$$R_O = \frac{\ell^2 - R_1 \ell}{\ell - R_1 \sin^2 \theta} = \ell \frac{R_1 / \ell - 1}{(R_1 / \ell) \sin^2 \theta - 1} \quad (94)$$

Sind beide Spiegelradien unbekannt, wählt man zwei möglichst verschiedene Werte für θ und mißt jeweils den zugehörigen Spiegelabstand. Aus den zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten können R_O und R_1 berechnet werden.

Kann R_1 als bekannt vorausgesetzt werden, so ist die Meßgenauigkeit für R_O durch die folgenden Gleichungen (95) bis (97) beschrieben.

Die differentielle Änderung des Krümmungsradius R_O , des Spiegelabstands ℓ und der seitlichen Versetzung δy des Austrittsstrahls sind miteinander verknüpft durch:

$$\frac{\delta \ell}{\ell} = \left(1 \pm \frac{R_O - R_1}{\sqrt{R_O^2 + R_1^2 + 2R_O R_1 \cos 2\theta}} \right) \frac{\delta R_O}{2R_O} \quad (95)$$

$$\delta y = Nw_K \cdot \delta \theta \quad \text{mit}$$

$$\delta \theta = \frac{R_O + R_1 \cos 2\theta \pm \sqrt{R_O^2 + R_1^2 + 2R_O R_1 \cos 2\theta}}{R_1 \sin 2\theta} \frac{\delta R_O}{2R_O} \quad (96)$$

$$\delta \theta = \pm \frac{\sqrt{R_O^2 + R_1^2 + 2R_O R_1 \cos 2\theta}}{R_O R_1 \sin 2\theta} \delta \ell \quad (97)$$

Bei der Auswahl des Vorzeichens helfen folgende Zusammenhänge:

Eine Vergrößerung von R bei festem θ bewirkt eine Vergrößerung von ℓ
 " " " R " " ℓ " " Verkleinerung v. θ
 " " " ℓ " " R " " Vergrößerung v. θ

Eine Toleranz in R_1 ist zu berücksichtigen gemäß

$$\delta R_O = - \frac{R_O^2}{R_1^2} \frac{1 - \ell/R_O}{1 - \ell/R_1} \delta R_1 \quad (98)$$

Für den Fall $\theta = 90^\circ$ ist eine Besonderheit zu vermerken.

Aus (23b) ist ersichtlich, daß er mit zwei verschiedenen Spiegelabständen eingestellt werden kann, nämlich mit $\ell = R_0$ und $\ell = R_1$. Der zweite Krümmungsradius hat dabei jeweils keine Auswirkung auf den Spiegelabstand; er kann deshalb auch nicht aus dieser Einstellung bestimmt werden, solange nur auf einem Spiegel beobachtet wird. Zur Veranschaulichung denken wir uns den Spiegelabstand gleich dem Krümmungsradius R_1 des fernen Spiegels gewählt. Betrachten wir den Strahlquerschnitt in der Eintrittsöffnung als Gegenstand, so erzeugt der ferne Spiegel davon ein Bild auf dem nahen Spiegel gegenüber der Eintrittsöffnung symmetrisch zur optischen Achse. Der ferne Spiegel erzeugt davon erneut ein Bild, welches wieder in die Eintrittsöffnung fällt. Dies geschieht unabhängig vom Krümmungsradius des nahen Spiegels, solange der Strahlengang überhaupt noch auf den fernen Spiegel trifft. Bei Beobachtung auf dem nahen Spiegel ist deshalb auch keine Aussage über dessen Krümmungsradius möglich. Dies erklärt auch die Singularität, die sich für $\theta = 90^\circ$ bei einigen der folgenden Gleichungen ergibt.

Wie aus (23b) weiter deutlich wird, begrenzen die beiden Spiegelabstände $\ell = R_0$ und $\ell = R_1$ einen instabilen Bereich, d.h. hierfür gibt es keine geschlossenen Strahlengänge. Für ein ℓ zwischen R_0 und R_1 ist nämlich die rechte Seite negativ, während links eine positive Größe steht.

Es sollen nun noch die Spezialfälle $R_0 \gg R_1$ und anschließend $R_1 = \infty$ untersucht werden.

Der Spiegelabstand ist weiterhin durch (93) gegeben. Für das positive Vorzeichen ist dieser ungefähr gleich dem groß angenommenen R_0 . Die Reflexionen auf dem Spiegel mit kleinem Krümmungsradius müssen dann alle auf einen kleinen Bereich nahe der

optischen Achse konzentriert werden, damit die Lichtstrahlen auch den anderen Spiegel treffen können. Der Strahldurchmesser auf dem zu untersuchenden Spiegel ist sehr groß. Es ist deshalb in den meisten Fällen günstiger, das negative Vorzeichen zu wählen:

$$\ell = \frac{R_0 + R_1 - R_0 \sqrt{1 + (R_1/R_0)^2 + (2R_1/R_0) \cos 2\theta}}{2} \quad (93a)$$

Wird die Wurzel entwickelt, so erhält man

$$\ell = R_1 \sin^2 \theta \left[1 - \frac{R_1}{R_0} \cos^2 \theta + \left(\frac{R_1}{R_0} \right)^2 \cos 2\theta \cos^2 \theta \mp \dots \right] \quad (93b)$$

Zwischen den differentiellen Änderungen von ℓ , R_0 und θ bestehen die Beziehungen:

$$\frac{\delta \ell}{\ell} = \frac{\ell - R_1}{2\ell - R_1 - R_0} \frac{\delta R_0}{R_0} \approx \cos^2 \theta \frac{1 + (R_1/R_0) \sin^2 \theta}{1 + (R_1/R_0) \cos 2\theta} \frac{R_1 \delta R_0}{R_0^2} \quad (95a)$$

$$\delta \theta = \frac{\ell - R_1 \sin^2 \theta}{R_1 \sin 2\theta} \frac{\delta R_0}{R_0} \approx \sin 2\theta \left(-1 + \frac{R_1}{R_0} \cos 2\theta \right) \frac{R_1 \delta R_0}{4R_0^2} \quad (96a)$$

$$\delta \theta = \frac{R_1 + R_0 - \ell}{R_1 R_0 \sin 2\theta} \delta \ell \approx \frac{1 + (R_1/R_2) \cos 2\theta}{R_1 \sin 2\theta} \delta \ell \quad (97a)$$

Bei der Entwicklung von ℓ wurden nur die linearen Terme berücksichtigt. Nach (95a) bis (97a) liegt die optimale Einstellung zur Bestimmung von R_0 bei $\theta = \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{2N}$. Der Fall $\theta = \frac{3\pi}{4} \pm \frac{\pi}{2N}$ gehört zum gleichen Spiegelabstand $\ell \approx R_1/2$; er liefert bei einer anderen Einschubbedingung ebenfalls eine kreisförmige Anordnung der Reflexionen. Im ersten Fall folgen die Reflexionen zwischen den zwei Spiegeln um ca. 45° , im zweiten Fall um ca. 135° versetzt aufeinander. Beide Male sind zwei aufeinanderfolgende Reflexionen auf einem Spiegel um ca. 90° gegeneinander

versetzt * .

Für den optimalen Fall gilt:

$$\frac{\delta l}{l} \approx \frac{R_1 \delta R_O}{2 R_O^2} \quad (95b)$$

$$\delta y \approx - Nw_K \frac{R_1 \delta R_O}{4 R_O^2} \quad (96b)$$

$$\delta y \approx Nw_K \frac{\delta l}{R_1} \quad (97b)$$

Im letzten Beispiel soll der Krümmungsradius eines Spiegels mit Hilfe eines ebenen Spiegels ($R_1 = \infty$) gemessen werden.

Wir gehen aus von (23b). Bei einem idealen ebenen Spiegel bleibt dann:

$$\cos^2 \theta = 1 - \frac{l}{R_O}, \text{ also}$$

$$l = R_O \sin^2 \theta \quad (99a)$$

$$\delta l / l = \delta R_O / R_O \quad (99b)$$

$$\delta \theta = \delta l / (R_O \sin 2\theta) \quad (99c)$$

$$\delta \theta = - \operatorname{tg} \theta \frac{\delta R_O}{2 R_O} \quad (99d)$$

$\theta = 90^\circ$ ist hier eine Stabilitätsgrenze; der Spiegelabstand ist dabei $l = R_O$. Dies entspricht dem Spiegelabstand $l = 2\bar{R}$ bei der symmetrischen Verzögerungsleitung.

* Bei $R_O \gg R_1$ verhält sich der zu untersuchende Spiegel weitgehend wie ein Planspiegel. Der Kreis von Reflexionen auf diesem Spiegel hat dann einen um $\sqrt{2}$ kleineren Radius als derjenige auf dem Referenzspiegel.

Analog zum Fall d) bei der symmetrischen Verzögerungsleitung kann man auch hier einen sehr großen Krümmungsradius mit einem Spiegelabstand in der Größenordnung dm auf einige‰ genau messen, ohne einen besonderen Aufwand treiben zu müssen.

Experimentelle Ergebnisse

Die Krümmungsradien der einzelnen Spiegel für die 30 m-Apparatur wurden in einer Kombination mit einem 3 m-Spiegel bestimmt. Für diese Aufgabenstellung liegt der optimale Wert von θ bei $\frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{2N}$ (siehe Fig. 15). Die Zahlenwerte aus einem typischen Meßbeispiel sind:

$$w_K = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}, N = 102, \ell = 1,465 \text{ m}$$

$$\text{Mit } R_1 = 2,981 \text{ m ergibt sich nach (94): } R_0 = 31,11 \text{ m}$$

Fehlerabschätzung:

Es sind drei Fehlerquellen zu berücksichtigen.

a) Der Spiegelabstand wurde auf $|\delta \ell| \leq 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ genau bestimmt.

Nach (95b) führt dies zu $|\delta R_0| \leq 0,2 \text{ m}$.

b) Für eine Toleranz in der Position des Austrittsstrahls von

$$|\delta y| \leq 5 \cdot 10^{-4} \text{ m liefert (96b): } |\delta R_0| \leq 0,13 \text{ m.}$$

c) Die Toleranz im Krümmungsradius des Referenzspiegels von

$$|\delta R_1| \leq 7 \cdot 10^{-4} \text{ m bewirkt nach (98): } |\delta R_0| \leq 0,14 \text{ m.}$$

Der Krümmungsradius R_0 kann daher aufgrund dieser Messung mit sehr unterschiedlichen Krümmungsradien nur auf etwa 0,5 m genau angegeben werden.

Zu Fragestellung 3

Ein Michelsoninterferometer ist gegenüber Schwankungen in der beleuchtenden Lichtquelle unempfindlich, wenn es symmetrisch aufgebaut wird. Wegen der unvermeidlichen Frequenzschwankungen

des Lasers ist es notwendig, die Lichtwege und damit den mittleren Krümmungsradius in beiden Armen möglichst gleich zu machen. Bei der Fertigung der Spiegel wird daher auf möglichst enge Toleranz der Krümmungsradien Wert gelegt, und beim Einbau werden passende Paare zusammengestellt. Für die Auswahl der Spiegel müssen daher die kleinen Abweichungen der Krümmungsradien voneinander gemessen werden. Die gleiche Aufgabe stellt sich bei der Untersuchung eines Spiegels, wenn der Krümmungsradius für verschiedene Oberflächenbereiche und für verschiedene Richtungen festgestellt werden soll. Es werden nun die dafür benötigten Gleichungen angegeben.

Es ist von einem Spiegelpaar mit R_1 und $R_0 = R_1 + \Delta R$ auszugehen, wobei $\Delta R \ll R_1$ sein soll. Für ein bestimmtes θ wird die Wiedereintrittsbedingung eingestellt und der Spiegelabstand gemessen. Anschließend wird R_0 ersetzt durch $R_0 + \delta R$ indem der Spiegel in seiner Fassung gedreht wird etc., oder indem ein anderer Spiegel eingesetzt wird. Beobachtet wird entweder die seitliche Versetzung des Austrittsstrahls bei konstantem Spiegelabstand, oder es wird erneut die Wiedereintrittsbedingung eingestellt und der zugehörige Spiegelabstand gemessen. Zwischen der relativen Änderung des Krümmungsradius und des Spiegelabstands besteht die Beziehung:

$$\frac{\delta l}{l} = \left[1 \pm \frac{\Delta R}{\sqrt{4R_1^2 \left(1 + \frac{\Delta R}{R_1}\right) \cos^2 \theta + \Delta R^2}} \right] \frac{\delta R_0}{2R_0} \quad (95c)$$

Das negative Vorzeichen ist zu wählen, wenn auf dem Spiegel mit R_0 beobachtet wird. Für $\theta = 90^\circ$ ist dann eine Änderung von R_0 ohne Einfluß auf den Spiegelabstand.

Der zweite Term in der Klammer spielt nur eine Rolle in der Nähe von $\theta = 90^\circ$. In allen anderen Fällen gilt:

$$\frac{\delta R_0}{R_0} \approx 2 \frac{\delta l}{l} \quad (95d)$$

Die seitliche Versetzung des Austrittsstrahls ist mit der Änderung des Krümmungsradius verknüpft durch:

$$\delta y = Nw_K \delta \theta \quad \text{mit} \quad \delta \theta = \frac{\cos^2 \theta + \Delta R / 2R_1 \pm \sqrt{(1 + \Delta R / R_1) \cos^2 \theta + (\Delta R / 2R_1)^2}}{\sin 2\theta} \frac{\delta R_0}{R_0} \quad (96c)$$

Für $l < R_1$ gilt das negative Vorzeichen, für $l > R_0$ das positive, in Übereinstimmung mit Gleichung (82) für den symmetrischen Fall. Wird nämlich $\Delta R = 0$ gesetzt, so läßt sich (96c) schreiben als:

$$\delta \theta = - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \frac{\delta R_0}{R_0} \quad (96d)$$

Der Faktor $\frac{1}{2}$ rührt daher, daß hier nur der Krümmungsradius eines Spiegels geändert wurde, in (82) jedoch der mittlere Krümmungsradius der Verzögerungsleitung.

Eine Entfernungsänderung und eine seitliche Versetzung des Austrittsstrahls sind verknüpft durch:

$$\delta y = Nw_K \delta \theta \quad \text{mit} \quad \delta \theta = \frac{\sqrt{4R_1 R_0 \cos^2 \theta + \Delta R^2}}{R_1 R_0 |\sin 2\theta|} \delta l \approx 2 \frac{\sqrt{\cos^2 \theta + (\Delta R / 2R_1)^2}}{|\sin 2\theta|} \frac{\delta l}{R_1} \quad (97c)$$

Das Vorzeichen (siehe (97)) war auch hier wieder so zu wählen, daß θ mit l wächst.

Falls $\Delta R / R_1 \ll 1$ ist, gelten natürlich weiterhin in guter Näherung die Überlegungen der symmetrischen Verzögerungsleitung; die Veränderung des Krümmungsradius eines Spiegels hat jedoch nur eine halb so große Änderung in θ zur Folge wie eine Veränderung des mittleren Krümmungsradius der Verzögerungsleitung.

Experimentelle Ergebnisse

Werden bei den unter 1. und 2. angegebenen Messungen die Spiegel in ihrer Fassung gedreht (wobei die optische Achse nicht durch die Spiegelmitte verläuft) oder wird ein Spiegel durch einen anderen der gleichen Spezifikation ersetzt unter Beibehaltung des Abstandes, so kann keine seitliche Versetzung des Austrittsstrahls beobachtet werden.

Da $\frac{\Delta R}{R_1} \ll 1$ gesetzt werden kann, gilt (96d). Wird wieder die kleinste beobachtbare Versetzung des Austrittsstrahls zu $|\delta y| = 5 \cdot 10^{-4}$ m angenommen, so ergeben sich für die Spiegel folgende Toleranzen:

Die Krümmungsradien der in der 3 m-Apparatur eingesetzten Spiegel weichen voneinander um weniger als $5 \cdot 10^{-4}$ m ab, und für die Spiegel der 30 m-Apparatur ist dieser Wert nach der Messung unter 1.b): $|\delta R| < 0.2$ m und nach der Messung unter 2.:

$|\delta R| < 0,13$ m, unabhängig vom verwendeten Oberflächenbereich. Zusammen mit den unter 1. gemessenen mittleren Krümmungsradien ist damit auch eine Toleranz für den Absolutwert der Krümmungsradien gegeben, und zwar: $R = 2,981 \pm 1,2 \cdot 10^{-3}$ m bzw. $R = 31,3 \pm 0,2$ m.

Die Meßwerte sollen nun mit den Angaben der Herstellerfirmen verglichen werden.

Laut Fa. Zeiss ist die maximale Abweichung der Spiegeloberfläche von einer idealen Kugel kleiner als $\lambda/20 = 2,5 \cdot 10^{-8}$ m. Nach den Angaben der Fa. Balzers ist die Schichtdicke der einzelnen Lagen der dielektrischen Beschichtung auf etwa 1 nm konstant, so daß selbst im ungünstigsten Fall der linearen Addition von Fehlern bei den ca. 25 Schichten erst eine Abweichung in der Größe der Toleranz des Schliffes entstehen würde. Interpretiert man den angegebenen Fehler nach (29a) als eine Änderung des

Durchhang h des Spiegels gegenüber dem Kreis der Reflexionen mit einem Radius von $w_K = 5 \cdot 10^{-2}$ m, so ergibt sich daraus eine Änderung des Krümmungsradius um $\delta R = 1,8 \cdot 10^{-4}$ m. Dieser Wert steht in Einklang mit der angegebenen Messung.

Wird die von der Berliner Glas KG angegebene Genauigkeit von $\lambda/4$ in der gleichen Weise interpretiert, so berechnet sich daraus $|\delta R| \leq 0,1$ m. Auch hier stimmen daher Messung und Spezifikation überein.

Nach diesen Ausführungen über die Messung von Krümmungsradien soll im letzten Kapitel auf die Problematik von Streulicht eingegangen werden. Trotz der möglicherweise sehr geringen Intensität im Vergleich zum Hauptstrahl hat es doch, wie gezeigt werden wird, eine unerwartet starke Auswirkung auf das Interferometersignal, und eine genaue Untersuchung war daher unumgänglich.

IV. Streulicht in einer optischen Verzögerungsleitung

Der Hauptregelkreis des Interferometers hält die beiden interferierenden Hauptstrahlen auf einer festen Phasendifferenz. In dem von uns gewählten Arbeitspunkt haben die Strahlen Gegenphase, so daß Auslöschung erfolgt.

Eine Wegdifferenz δL ist äquivalent zu einer Phasendifferenz $\delta \Psi$ nach

$$\delta \Psi = 2 \pi \cdot \frac{\delta L}{\lambda} \quad (100)$$

Gemessen werden deshalb nicht nur alle tatsächlichen Wegunterschiede zwischen den beiden Hauptstrahlen, sondern auch alle Störungen, welche deren Phasen unterschiedlich verändern. Streulicht kann eine solche Störung hervorrufen. Wie schwerwiegend seine Auswirkung ist wurde klar, als zum ersten Mal in den beiden Interferometerarmen eine Verzögerungsleitung verwendet wurde (Billing et al. 1978, Amaldi 1980). Damals wurde der Eintrittsstrahl durch ein Spiegelsubstrat aus BK 7 in die Verzögerungsleitung eingebracht. Dazu war ein kleiner Oberflächenbereich des Eintrittsspiegels mit einer Antireflexschicht versehen. Wie in Kap. III beschrieben, verhält sich der Austrittsstrahl so, als ob er an der Rückseite der reflektierenden Schicht des Eintrittsspiegels reflektiert worden wäre. Ein Teil des eintretenden Lichts von der Größenordnung 1% wurde von der Antireflexschicht reflektiert und fiel genau mit dem Austrittsstrahl zusammen. Die beiden Strahlen hatten einen Wegunterschied von L , und dies war, zusammen mit den Frequenzschwankungen des Lasers, die Ursache für sehr starke Störsignale. Die daraufhin durchgeführte Rechnung erklärte die Messung quantitativ, zeigte aber auch gleichzeitig,

welche enorme Auswirkung Lichtbeiträge selbst sehr geringer Intensität haben können, wenn sie einen großen Wegunterschied zum Hauptstrahl besitzen und mit diesem interferieren.

Um die störenden Reflexe zu vermeiden, wurden von da an die Eintrittsspiegel mit einem Eintrittsloch versehen. Der verbliebene Anteil von Streulicht im Hauptstrahl hat eine relative Intensität von weniger als 10^{-6} . Im Folgenden soll nun beschrieben werden, wie Störsignale durch Streulicht entstehen und welche Anforderungen sich daraus für den Versuchsaufbau ergeben. Anschließend wird eine Meßmethode für die wirksame Amplitude der verschiedenen Streulichtbeiträge und ihre Wegdifferenz zum Hauptstrahl angegeben. Die gemessenen Werte werden quantitativ erklärt. Um eine Extrapolation zu einer Anordnung mit einem sehr großen Lichtweg durchführen zu können, wurde die Kleinwinkelstreuung der vorhandenen Spiegel gemessen. Abschließend wird beschrieben, wie durch eine Modulation des Laserlichts die über Streulicht entstandenen Störungen reduziert werden können.

1. Störsignale als Folge von Streulicht

Zur Erklärung der Störsignale durch Streulicht betrachten wir zunächst nur einen Interferometerarm. Streulicht der relativen Amplitude σ möge mit dem Hauptstrahl der Amplitude 1 interferieren. Der Wegunterschied zwischen den beiden sei ΔL , entsprechend einem Phasenunterschied von

$$\Phi = 2\pi \frac{\Delta L}{\lambda} = 2\pi \nu \frac{\Delta L}{c} \quad (101)$$

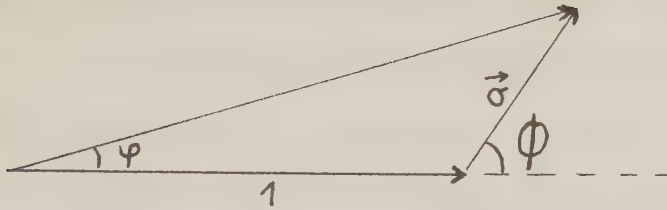


Fig. 17

Phasenänderung des Hauptstrahls durch Interferenz mit Streulicht

Das Streulicht verschiebt die Phase des Hauptstrahls um

$$\psi = \arctg \frac{\sigma \sin \phi}{1 + \sigma \cos \phi} \approx \sigma \sin \phi \quad (102)$$

Diese Phasenverschiebung wird durch das Stellglied des Hauptregelkreises kompensiert und erscheint deshalb als Ausgangssignal des Interferometers.

Eine statische Phasenverschiebung würde beim Gravitationswellen-Experiment nicht stören, da nur nach Signalen im kHz-Gebiet gesucht wird. Dort sind nur Schwankungen $\delta\psi \lesssim 10^{-10}/\sqrt{\text{Hz}}$ erlaubt. Störungen können sowohl durch eine zeitliche Schwankung von σ als auch von ϕ entstehen.

Zunächst einige Bemerkungen zu den Schwankungen von σ : Mögliche Streuzentren sitzen auf den optischen Komponenten fest, und es besteht kein Grund zur Annahme, daß sich ihre Wirksamkeit in einer Zeitspanne der Größenordnung ms merklich ändert. Denkbar wäre jedoch eine Änderung von σ durch eine Relativbewegung zwischen dem Lichtstrahl und den optischen Komponenten, wodurch die Streuzentren mehr oder weniger stark beleuchtet würden. Die im kHz-Gebiet auftretenden Bewegungsamplituden sind jedoch sehr klein im Verhältnis zum Strahldurchmesser, nämlich nur in der Größenordnung $\frac{\delta \tilde{x}}{w} \approx 10^{-7}/\sqrt{\text{Hz}}$. Im schlimmsten Fall ist das

Signal gegeben durch $\delta\tilde{\Psi} = \delta\tilde{\sigma} \sin \phi \approx \delta\tilde{\sigma} \leq \sigma \frac{\delta\tilde{x}}{w} = \sigma \cdot 10^{-7} / \sqrt{\text{Hz}}$.
 Der gemessene Wert von $\sigma \approx 3 \cdot 10^{-4}$ ist daher klein genug, damit das zugehörige Signal vernachlässigt werden kann.

Auf dem Umweg über das Streulicht können sich jedoch Intensitätsschwankungen des Lasers bemerkbar machen. Wie im Kap. II erwähnt wurde, liefern Intensitätsschwankungen kein Interferometersignal zwischen den beiden Hauptstrahlen, wenn eine Nullmethode mit hinreichend hoher Ringverstärkung des zugehörigen Regelkreises verwendet wird. Die Amplitude der beiden Hauptstrahlen schwankt synchron, so daß bei gleicher Phasendifferenz zwischen den beiden der Arbeitspunkt erhalten bleibt. Es wird dabei vorausgesetzt, daß zwischen den beiden Hauptstrahlen keine Zeitverzögerung vorhanden ist.

Streulicht besitzt jedoch zum Teil eine erhebliche Laufzeitdifferenz τ zum Hauptstrahl; σ ist daher proportional zur Lichtamplitude, die der Laser zu dem um τ verschobenen Zeitpunkt lieferte. Ist τ kleiner als die Periodendauer T im zu untersuchenden Frequenzgebiet, so ist

$$\delta\tilde{\Psi} \lesssim 4 \pi \frac{\tau}{T} \sigma \frac{\delta\tilde{P}}{P}$$

Bei der Schwankung der relativen Intensität des Lasers von $\frac{\delta\tilde{P}}{P} \approx 10^{-5} / \sqrt{\text{Hz}}$ im kHz-Gebiet waren in der 3 m-Anlage σ und τ zusammen klein genug, um noch keine meßbaren Signale zu erzeugen. Bei größerem Lichtweg und höherer effektiver Laserleistung könnte es jedoch notwendig werden, entweder die Laserleistung zu stabilisieren, oder eine zusätzliche Maßnahme gegen Streulicht zu ergreifen, wie sie unter (IV, 8') beschrieben wird.

Schwerwiegender sind jedoch die Störungen, die durch eine zeitliche Änderung von ϕ entstehen. Diese kann sowohl durch eine

Schwankung des Spiegelabstandes als auch der Laserfrequenz hervorgerufen werden. Wir beschränken uns hier zunächst auf den Fall, daß $\delta\phi \ll 2\pi$ bleibt. Große Amplituden werden im Abschnitt IV, 6 behandelt.

Unter der Voraussetzung einer kleinen Frequenzänderung $\delta\nu$ kann das zugehörige Signal beschrieben werden durch

$$\delta\psi = \sigma \cos\phi \ 2\pi \ \delta\nu \ \frac{\Delta L}{c} \quad (103)$$

Entsprechend liefert eine Spiegelbewegung ein Signal

$$\delta\psi = \sigma \cos\phi \ 2\pi \ \nu \frac{\delta(\Delta L)}{c} \quad (104)$$

Störungen, die im kHz-Gebiet den Spiegelabstand verändern, wie etwa seismische, akustische oder thermische Anregungen der Spiegel, sind durch den Versuchsaufbau so klein zu halten, daß ihr Signal unter der Schrotrauschgrenze des Interferometers liegt. (104) liefert ein um σ kleineres Signal als die Interferenz der beiden Hauptstrahlen, sofern das Streulicht etwa N Reflexionen mehr oder weniger erfuhr als das Hauptlicht. Dieser Term kann somit vernachlässigt werden.

Von entscheidender Bedeutung sind jedoch die Frequenzschwankungen des Lasers im kHz-Gebiet. Für eine Abschätzung nehmen wir einen Wegunterschied von $\Delta L = L$ an, wie ihn etwa Streulicht besitzt, das vor dem Eintritt in die Verzögerungsleitung entsteht und sich mit dem Austrittsstrahl überlagert.

Im ungünstigsten Fall mit $\cos\phi = 1$ simuliert eine relative Frequenzschwankung des Lasers eine relative Weglängenänderung im Interferometer von

$$\frac{\delta L}{L} = \sigma \frac{\delta\nu}{\nu} \quad (105)$$

und diese muß kleiner sein als der Grenzümpfindlichkeit des Interferometers nach Gleichung (3a) entspricht. Bei einem Wegunter-

schied von 100 km und 2W effektiver Laserleistung (auf der Photodiode) ergibt sich die Forderung:

$$\sigma \frac{\delta \tilde{\nu}}{\nu} < \frac{5 \cdot 10^{-22}}{\sqrt{\text{Hz}}} \quad (106)$$

Die Anforderung wird strenger mit der Wurzel aus der Laserleistung. Diese harte Bedingung entsteht aus zwei Gründen: Der eine liegt in der möglichen großen Wegdifferenz zwischen Hauptstrahl und Streulicht. Geringfügige Frequenzschwankungen führen wegen der großen Laufzeitdifferenz $\Delta L/c$ nach (101) zu einer großen Änderung von ϕ . Zum Anderen machen sich diese Schwankungen von ϕ proportional zur Amplitude σ des interferierenden Streulichts bemerkbar. Die Schwierigkeit wird deutlich durch folgendes Beispiel:

Ein σ von 10^{-9} , d.h. eine relative Intensität von 10^{-18} genügt bereits, um eine Phasenverschiebung von 10^{-9} Radian zu erzeugen.

Bis jetzt wurde nur ein Streulichtbeitrag mit einem bestimmten ΔL in einem Arm angenommen. Bei völliger Symmetrie des Interferometers würde im anderen Arm der gleiche Beitrag erzeugt, und die zu messende Differenz wäre Null. Eine vollständige Symmetrie kann jedoch praktisch nicht erreicht werden. Streulicht läuft einen anderen Weg als der Hauptstrahl. Intensität und Weg des Streulichts hängen jeweils von den Eigenschaften und der Lage der Streuzentren ab. Als solche gelten: Rauigkeit der Oberfläche und der Grenzflächen zwischen den dielektrischen Schichten der Spiegel, Dichteschwankungen in den Schichten aufgrund von Kristallisation, poröse Mikrostruktur, Risse und Sprünge, Mikrostaub etc. (siehe z.B. Amon 1977; Bennett, Burge 1980; Ebert et al. 1979; Elson 1979; Elson, Bennett 1979; Elson et al. 1980; Lutter, Ferencz 1978; Pulker 1976; Pulker 1979). Die Verteilung der Streuzentren ist i.a. statistisch. Zwischen den einander entsprechenden Streu-

lichtbeiträgen in den beiden Armen sind daher trotz geometrischer Symmetrie des Aufbaus Wegunterschiede in der Größenordnung einer Lichtwellenlänge zu erwarten. Die Phasen der beiden Streulichtvektoren relativ zum Vektor ihres Hauptstrahls müssen deshalb als zufällig angesehen werden und Maßnahmen zur gegenseitigen Kompensation erscheinen wenig aussichtsreich.

Zu dieser statischen Unsymmetrie zwischen den beiden Armen kommt noch eine dynamische hinzu. Durch die Armlängenstabilisierung wird zwar die Relativbewegung der Spiegel auf eine mittlere Amplitude von einigen nm reduziert; bei 100 Reflexionen wird daraus schon eine Lichtwegänderung von etwa einer Wellenlänge. Die Streulichtbeiträge der beiden Arme mit gleichem ΔL müssen daher auch aus diesem Grunde als unkorreliert angesehen werden.

2. Messung der Stärke und des Wegunterschieds von Streulicht relativ zum Hauptstrahl

Um die durch Streulicht verursachten Störungen quantitativ erfassen zu können, müssen die Stärke und der Wegunterschied zum Hauptstrahl der einzelnen Beiträge bekannt sein.

Eine Möglichkeit diese Werte zu messen besteht darin, einen kurzen Lichtblitz in die Verzögerungsleitung zu schicken und am Ort des Austrittsstrahls alle nachfolgenden Pulse in ihrer Stärke und Zeitverschiebung relativ zum Hauptpuls zu registrieren (siehe z.B. Gloge, Steier 1969).

Die dabei erhaltene Information ist noch in der Hinsicht unvollständig, als sie nichts über die Interferenzfähigkeit des Streulichts mit dem Hauptstrahl aussagt. Sind nämlich die Wellenfronten zwischen den beiden nicht genau parallel zueinander, so daß die Phasendifferenz über eine Wellenfront hinweg ortsabhängig

ist, so muß die in (102) einzusetzende Amplitude σ kleiner gewählt werden als der gemessenen Pulsstärke entspricht.

Die nun folgende Meßmethode beruht auf einer Analyse des vom Streulicht hervorgerufenen Interferometersignals. Sie liefert sowohl die Laufzeitdifferenz als auch die für die Interferenz maßgebliche Streulichtamplitude σ (Schilling et al. 1981).

Die einzelnen Beiträge können wegen ihrer unterschiedlichen Laufzeiten im Interferometer getrennt werden. Zu diesem Zweck, läßt man die Laserfrequenz ν linear mit der Zeit ansteigen.* Nach (101) ändert sich dadurch Φ ebenfalls linear, d.h. der Streulichtvektor $\vec{\sigma}$ rotiert relativ zum Vektor des Hauptstrahls mit einer Frequenz f_r , die proportional zu ΔL ist:

$$f_r = \dot{\nu} \Delta L / c \quad (107)$$

Bei vorgegebener Frequenzänderung $\dot{\nu}$ ist nach (107) mit f_r auch ΔL bekannt. Gemäß (102) ist σ gleich der Amplitude φ des Signals bei f_r , gemessen in Radian.

Bei kleinen Wegdifferenzen ΔL ist auch die Rotationsfrequenz f_r klein. Um nicht durch die großen Interferometersignale bei tiefen Frequenzen z.B. aufgrund von Seismik gestört zu werden, wird die Messung bei hohen Frequenzen vorgenommen. Dazu wird im vorliegenden Fall die Laserfrequenz zusätzlich bei $\omega_M / 2\pi = 20 \text{ kHz}$ mit kleinem Hub $\Omega / 2\pi$ moduliert.

Die Auswirkung der Modulation auf φ ist jedoch von der momentanen Größe von Φ abhängig. Sind nämlich σ und der Vektor des Hauptstrahls parallel, so ist bei einer kleinen Änderung

* Genaugogut können die Spiegelabstände der beiden Verzögerungsleitungen synchron verändert werden. Wegen der Trägheit der dabei zu bewegendenden Massen ist jedoch eine Frequenzänderung des Laserlichts einfacher zu realisieren.

von Φ die Auswirkung auf Ψ maximal (siehe Fig. 17); stehen sie senkrecht aufeinander, so sind kleine Schwankungen von Φ wirkungslos. Wegen des außerdem vorhandenen linearen Frequenzanstiegs wächst Φ ebenfalls linear mit der Zeit; das 20 kHz-Signal wird daher mit der Rotationsfrequenz f_r zu 100% in der Amplitude moduliert. Im Spektrum erscheint deshalb bei 20 kHz selbst kein Signal, sondern es entstehen zwei Seitenbänder, jeweils im Abstand f_r .

Wegen des kleinen Wertes von σ können die Streulichtbeiträge als unabhängig voneinander betrachtet werden. Jeder liefert sein eigenes Paar von Seitenbändern mit einem Frequenzabstand entsprechend dem zugehörigen ΔL nach (107).

Zur mathematischen Beschreibung wird von einer konstanten Laserfrequenz $\omega_0/2\pi$ ausgegangen. Wegen der beiden Modulationen genügt dann die Laserfrequenz der Gleichung

$$\omega = \omega_0 + \dot{\omega}t + \Omega \sin \omega_M t \quad (108)$$

Damit berechnet sich ϕ zu:

$$\begin{aligned} \phi &= \int_{t-\tau}^t \omega(t') dt' = \omega_0 \tau - \frac{\dot{\omega} \tau^2}{2} + \dot{\omega} \tau t + 2 \frac{\Omega}{\omega_M} \sin \frac{\omega_M \tau}{2} \sin \omega_M \left(t - \frac{\tau}{2}\right) \\ &:= \phi_0 + \dot{\phi} t + x \sin \omega_M \left(t - \frac{\tau}{2}\right) \end{aligned} \quad (109)$$

mit $\tau = \Delta L/c$.

Setzt man die im Augenblick unwichtige Phasenverschiebung um $\omega_M \tau/2$ gleich Null, so ist

$$\varphi = \sigma \sin \phi$$

$$\begin{aligned}
 &= 2\sigma \sum_{k=0}^{\infty} J_{2k+1}(x) \sin\{(2k+1)\omega_M t\} \cos(\phi_0 + \dot{\phi} t) \\
 &\quad + \sigma [J_0(x) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(x) \cos(2k\omega_M t)] \sin(\phi_0 + \dot{\phi} t) \quad (110)
 \end{aligned}$$

$J_k(x)$ ist die Besselfunktion erster Gattung der Ordnung k .

Es genügt, die Komponenten in der Nähe von ω_M zu betrachten:

$$\begin{aligned}
 \varphi_{\omega_M} &= 2\sigma J_1(x) \sin \omega_M t \cos(\phi_0 + \dot{\phi} t) = \\
 &= \sigma J_1(x) [\sin\{(\omega_M - \dot{\phi})t - \phi_0\} + \sin\{(\omega_M + \dot{\phi})t + \phi_0\}] \quad (111)
 \end{aligned}$$

σ ist somit gegeben durch

$$\sigma = \varphi / J_1(x) \quad (112)$$

wobei φ die Amplitude eines Seitenbandes angibt.

Die Wegdifferenz berechnet sich aus (107) zu

$$\Delta L = c \Delta f / \dot{\varphi} \quad (113)$$

wobei c die Lichtgeschwindigkeit und Δf der Frequenzabstand der beiden Seitenbänder von der Modulationsfrequenz bedeuten.

Die Signale, die sich aufgrund der 20kHz-Modulation ergeben, sind etwas kleiner als diejenigen, die man durch den linearen Frequenzanstieg allein erhält, denn der Maximalwert von $J_1(x)$ ist nur etwa 0.58. Darin ist kein wesentlicher Nachteil zu erblicken, solange die Amplituden σ groß genug sind, und dies ist leider meistens der Fall. Durch geeignete Wahl des Phasenhubs x

sind jedoch die Nullstellen von J_1 zu vermeiden, um die entsprechenden Streulichtsignale nicht im Rauschen untergehen zu lassen.

Ein typisches Streulichtspektrum für $N = 46$ ist in Fig. 18 dargestellt. Die Reflexionen sind wie in Fig. 6 kreisförmig angeordnet. Der Strahl ist in der Eintrittöffnung schwach fokussiert, um ein Anstoßen an den Begrenzungen der Pockelszellen zu verhindern. Diese stellen mit $3 \times 4 (10^{-3} \text{ m})^2$ die kleinste Apertur für den Strahlquerschnitt dar. Die Strahlradien auf den Spiegeln ändern sich etwa um einen Faktor 3. Die Zentren der Reflexionen haben einen Abstand von $8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ voneinander, d.h. die Überlappung ist gering.

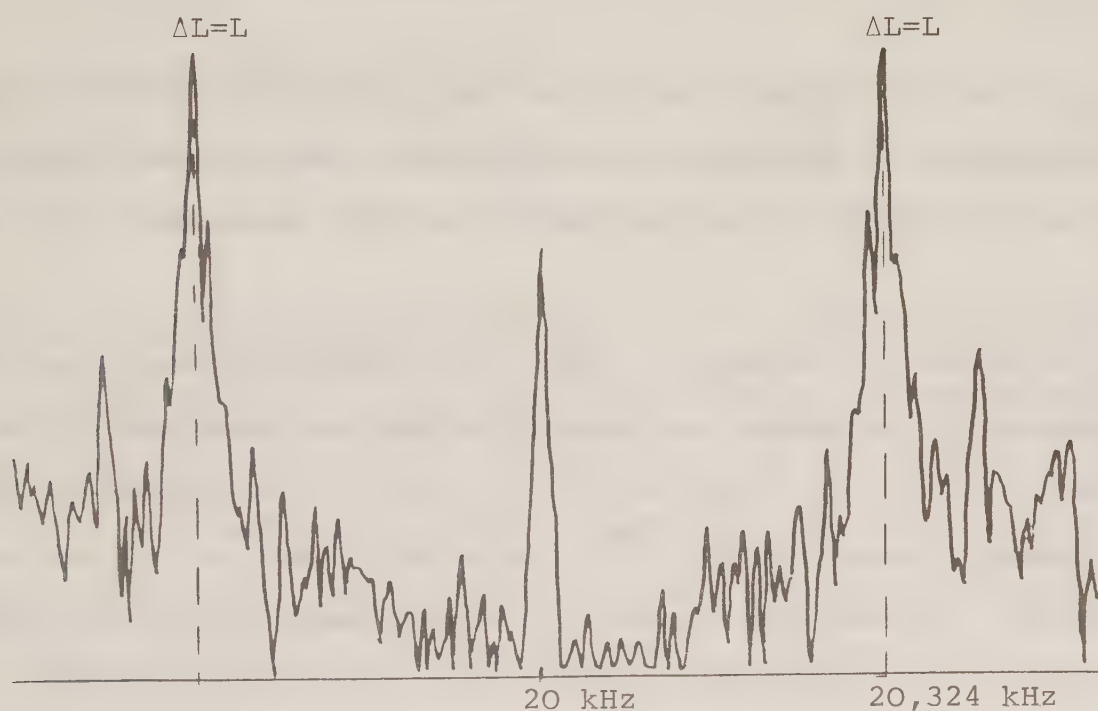


Fig. 18 Streulichtspektrum unter den Bedingungen:

$N = 46$, $w_K = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, $R = 2.981 \text{ m}$, $\ell = R(1 + \sin \frac{\pi}{46}) = 3.184 \text{ m}$, $\Omega/2\pi = 141.4 \text{ kHz}$, $\omega_{M/2\pi} = 20 \text{ kHz}$, $\dot{\nu} = 6.67 \cdot 10^8 \text{ Hz/sec}$, $2w_S = 0.127 \text{ m}$, $w_m = 7 \cdot 10^{-4} \text{ m}$, Durchmesser der Eintrittsöffnung = $4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

Nach (111) dürfte Streulicht bei der Modulationsfrequenz von 20kHz keinen Beitrag liefern. Das dort zu beobachtende Signal hat eine andere Ursache: es rührt von einer statischen Wegdifferenz zwischen den beiden Hauptstrahlen her.*

Nach (113) hat der stärkste Beitrag einen Wegunterschied von $\Delta L = L$. Dies gilt auch für Messungen mit einer anderen Anzahl von Strahlen. In Fig. 19 ist ein Streulichtspektrum mit $N=138$ dargestellt. Auch hier hat der stärkste Streulichtbeitrag einen Wegunterschied von $\Delta L = 138\lambda = L$. Um eine bessere Frequenzauflösung zu erhalten, wurde nur eine Hälfte des Spektrums gezeichnet. Die andere Hälfte liefert keine neue Information.

Es lag der Verdacht nahe, daß der starke Streulichtbeitrag schon vor der VL erzeugt wird. Streulicht, das z.B. am Strahlteiler oder an der Pockelszelle vom Eintrittsstrahl abgezweigt wird und

*Mit Hilfe der Gleichung (11) läßt sich anhand dieses Signals der Wegunterschied zwischen den Hauptstrahlen bestimmen und zu Null machen. Für Fig. 18 ergibt sich $\Delta L = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ entsprechend einer Armlängendifferenz von $61 \cdot 10^{-6} \text{ m}$. Beim Abgleichen ist jedoch ein Störeffekt zu beachten: durch eine Frequenzmodulation wird gleichzeitig über das Frequenzstellglied der Laserstrahl seitlich versetzt, und dies führt zusammen mit Unsymmetrien des Interferometers ebenfalls zu einem Signal bei der Modulationsfrequenz. Durch geeignete Wahl des Frequenzstellgliedes, durch ein Modenfilter für den Laserstrahl und durch symmetrischen Aufbau des Interferometers kann diese Störung jedoch sehr klein gehalten werden.



Fig. 19 $N = 138$, $w_K = 4 \cdot 10^{-2}$, $\ell = R(1 + \sin \frac{\pi}{138}) = 3.049\text{m}$, $\Omega/2\pi = 141,4 \text{ kHz}$, $\omega_M/2\pi = 20\text{kHz}$, $\dot{\gamma} = 6,67 \cdot 10^8 \text{ Hz/sec}$

sich dem Austrittsstrahl überlagert, hat zu diesem einen Wegunterschied von $\Delta L = -L$; das Vorzeichen wird bei dieser Meßmethode nicht registriert. Fig. 20 zeigt jedoch, daß ein solcher Beitrag keine dominierende Rolle spielen kann. Die Abbildung in Fig. 20 stellt einen großen Frequenzbereich dar, so daß auch Streulichtbeiträge mit großem Wegunterschied noch sichtbar werden.

Die größten Komponenten dieses Spektrums haben einen Wegunterschied zum Hauptstrahl von ganzzahligen Vielfachen von L , wobei $\Delta L = 1L$ in keiner Weise ausgezeichnet ist; im gezeigten Fall erscheint dieser Beitrag zufällig sogar kleiner als sein Nachbar.

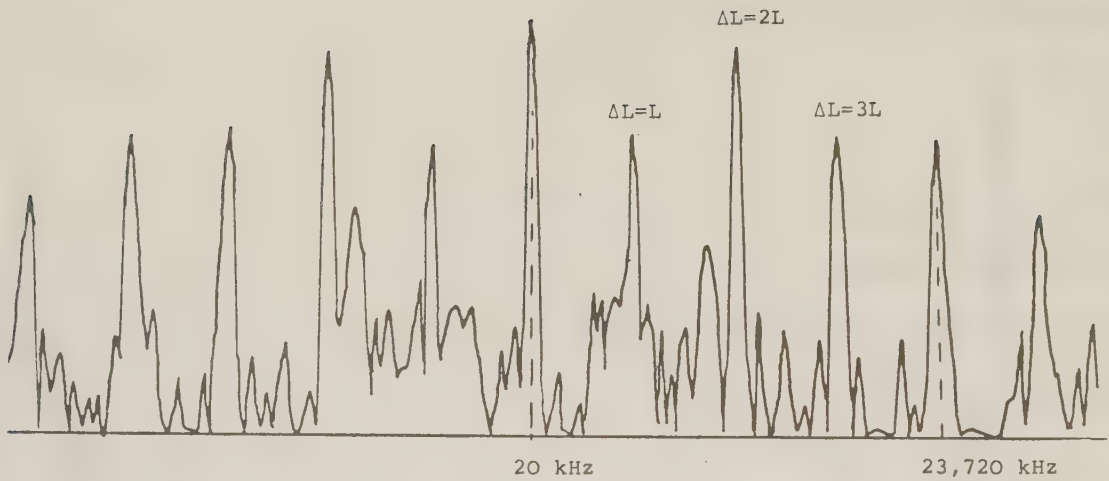


Fig. 20 Streulichtspektrum mit $N = 138$; $w_K = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, $\ell = 3.049 \text{ m}$, $\Omega/2\pi = 141.4 \text{ kHz}$; $\omega_M/2\pi = 20 \text{ kHz}$, $\dot{\nu} = 6.63 \cdot 10^8 \text{ Hz/sec}$

Zur Interpretation der Spektren seien drei Bemerkungen eingefügt. Wegen (112) ist die Höhe eines Peaks nicht allein maßgebend für die Größe von σ , sondern es muß noch durch $J_1(x)$ geteilt werden. Für $x < 1$ kann $J_1(x)$ durch $x/2$ angenähert werden, d.h. für gleiche Werte von σ wächst das Signal proportional zu ΔL , also proportional zum Frequenzabstand von 20 kHz, wie es nach (103) für kleine Frequenzänderungen sein muß. $J_1(x)$ hat sein erstes Maximum bei $x = 1,8$ und die darauf folgende Nullstelle bei $x = 3.8$. Ein Streulichtbeitrag, dessen x -Wert mit dem einer Nullstelle zusammenfällt, liefert kein Signal. Für die richtige Beurteilung des Spektrums ist daher unbedingt die Korrektur mit $J_1(x)$ vorzunehmen.

Die zweite Bemerkung betrifft den zeitlichen Verlauf der Höhe der Spektralkomponenten. Bei aufeinanderfolgenden Messungen ergeben sich beträchtliche Schwankungen, ohne daß am Versuchsaufbau etwas geändert wird. Der Grund liegt in der oben erwähnten dynamischen Unsymmetrie zwischen den beiden Armen: die Regelungen lassen noch niederfrequente, unkorrelierte Spiegelbewegungen in der Größenordnung nm zu; Streulichtbeiträge mit gleichem Lichtweg in den beiden Armen setzen sich daher mit beliebiger, zeitabhängiger Phasenlage zusammen. Dementsprechend schwanken die Spektralkomponenten zwischen zwei Grenzwerten, von denen einer sehr nahe bei Null liegen kann. Ein einzelnes Spektrum hat daher nur einen beschränkten Aussagewert.

Die niederfrequenten Spiegelbewegungen bewirken schließlich noch eine weitere Störung der Messung*. Der Spiegelabstand sei durch

$$\ell = \ell_0 + \delta \ell \sin \omega_p t \quad (114)$$

gegeben. Die Laserfrequenz sei weiterhin durch (108) beschrieben. Die Laufzeitdifferenz zwischen Streulicht und Hauptstrahl ist

$$\tau = \Delta N \ell / c \quad (115)$$

Damit wird

$$\begin{aligned} \phi &= \int_{t-\tau}^t \omega(t') dt' = \dot{\omega} t \frac{\Delta L}{c} + \omega_0 \frac{\Delta N \delta \ell}{c} \sin \omega_p t + 2 \frac{\Omega}{\omega_M} \sin \frac{\omega_M \tau}{2} \sin \left(\omega_M t - \frac{\omega_M \tau}{2} \right) \\ &:= at + b \sin \omega_p t + x \sin \omega_M t \end{aligned} \quad (116)$$

* Wäre der verwendete Laser nicht gut genug stabilisiert, so würden niederfrequente Schwankungen in der Laserfrequenz in gleicher Weise Störsignale hervorrufen.

wenn unwesentliche Konstanten und sehr kleine Beiträge weglassen werden. Das Interferometer mißt Ψ nach (102). Wird wieder analog zu (110) und (111) entwickelt, so gilt für die Komponenten in der Nähe von ω_m :

$$\begin{aligned} \Psi_M = \sigma J_1(x) \{ & J_0(b) [\sin(\omega_M - a)t + \sin(\omega_M + a)t] \\ & - J_1(b) [\sin(\omega_M - a + \omega_p)t - \sin(\omega_M - a - \omega_p)t \\ & \quad + \sin(\omega_M + a - \omega_p)t - \sin(\omega_M + a + \omega_p)t] \\ & + J_2(b) [\sin(\omega_M - a + 2\omega_p)t + \sin(\omega_M - a - 2\omega_p)t \\ & \quad + \sin(\omega_M + a - 2\omega_p)t + \sin(\omega_M + a + 2\omega_p)t] \\ & -+ \dots \} \end{aligned} \quad (117)$$

Die erste Zeile von (117) liefert die aus (111) bekannten Komponenten jedoch um den Faktor $J_0(b)$ kleiner als dort. Die folgenden Terme sind Seitenbänder dieser Komponenten im Abstand $q\omega_p$ mit der Amplitude $J_q(b)$ und q als ganze Zahl. Spiegelbewegungen δl von 1 nm entsprechen nach 100 Reflexionen bereits einer Lichtwegänderung von $\lambda/5$ und einem b in der Nähe von 1. Nun ist $J_0(1) = 0.77$ und $J_1(1) = 0.44$, d.h. die durch die Spiegelbewegung erzeugten Seitenbänder werden von gleicher Größenordnung wie die interessierenden Spektralkomponenten selbst. Schwache Streulichtsignale können auf diese Weise von den Seitenbändern ihrer Nachbarn zugedeckt werden. Noch ungünstiger werden die Verhältnisse bei größeren Werten von ΔL , da b proportional mitwächst.

Wie in den Abbildungen 20 und 21 zu sehen ist, gibt es in einer VL Streulichtbeiträge mit sehr großem ΔL . Bei einer stär-

keren Trennung der Komponenten durch ein größeres $\dot{\omega}$ ist darauf zu achten, daß die Komponenten mit $0 \cdot \omega_M$ und $2\omega_M$ aus (110), die in (111) und in (117) weggelassen wurden, keine Signale im betrachteten Frequenzbereich um ω_M liefern.

Bei den großen Wegdifferenzen $\Delta L \geq L$ kann man auf die 20 kHz-Modulation verzichten und nur den linearen Frequenzanstieg beibehalten. Die σ - Werte sind dann nach (102) gleich dem Interferometersignal, gemessen in Radian. In Fig. 21 ist ein solches Spektrum dargestellt. Die mittlere Abnahme von σ mit ΔL paßt gut zu dem mit Hilfe der Intensitätsabnahme des Hauptstrahls gemessenen mittleren Reflexionskoeffizienten für die Lichtleistung von $\rho^2 = 0.9965$.

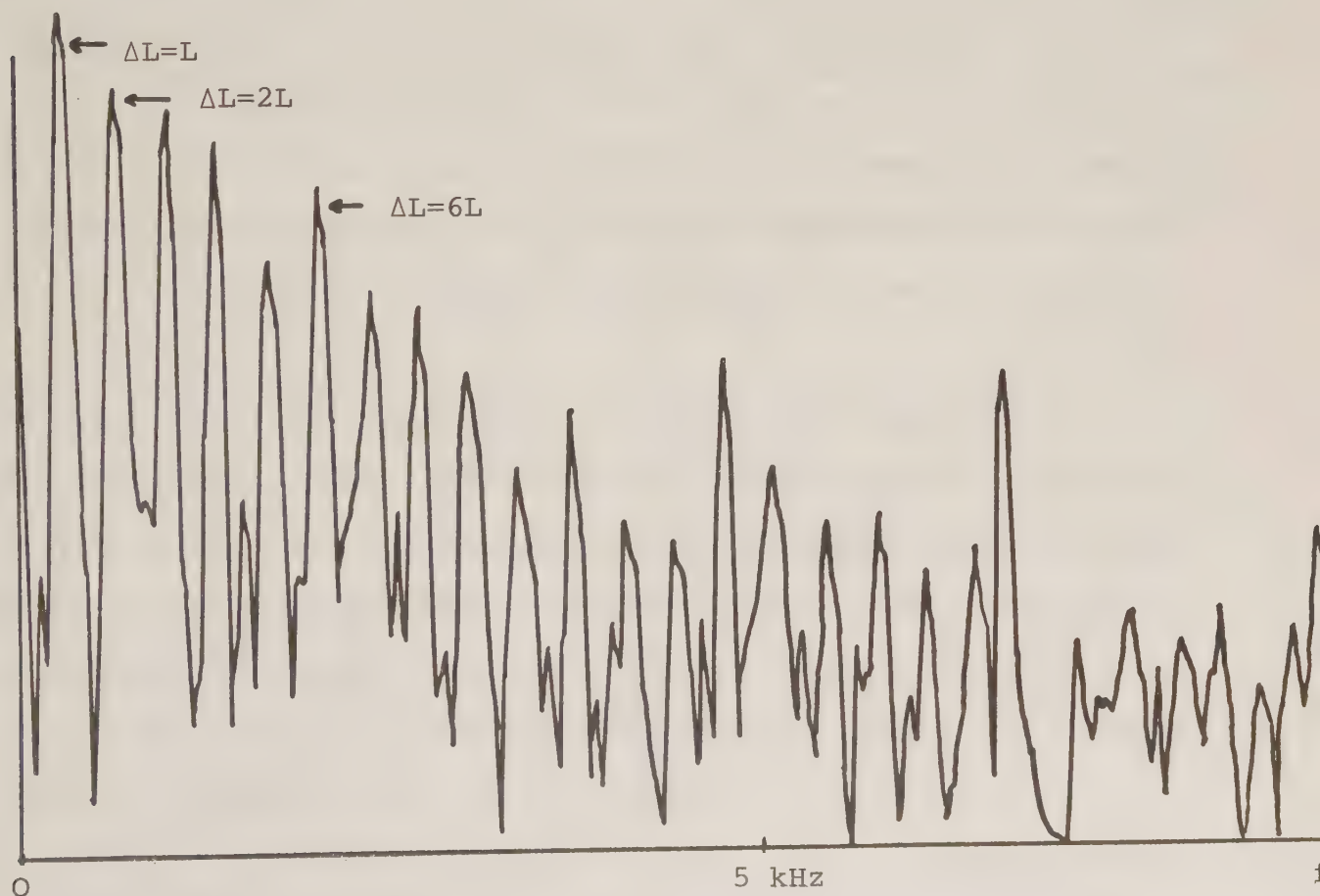


Fig. 21 Streulichtspektrum ohne 20 kHz-Modulation; $N=138$,

$$w_K = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Mit dieser Methode konnten Streulichtbeiträge sichtbar gemacht werden, die in der VL mit 3 m Spiegelabstand einen Lichtweg von etwa 10 km zurücklegten.

3. Quantitative Beschreibung der Stärke des Streulichts

Zur Erklärung des beobachteten Streulichts gehen wir zunächst von idealisierten Bedingungen aus. Der Laserstrahl mit Gauß-förmigem Intensitätsprofil tritt durch die Eintrittsöffnung in die VL ein und wird entsprechend (13c) zwischen den Spiegeln hin- und herreflektiert. Bei Erfüllung der Wiedereintrittsbedingung wird das Intensitätsprofil in der Eintrittsöffnung auf sich abgebildet (siehe (50a)), und alles Licht sollte die VL dabei wieder verlassen. Dies sollte auch dann gelten, wenn eine starke Überlappung zwischen den einzelnen Reflexionen auftritt, z.B. bei einem nicht angepaßten Strahl. Bei ideal reflektierenden Spiegeln sollte der Austrittsstrahl davon nicht gestört werden, solange er selbst von seinen Nachbarn gut getrennt ist.

Die Störung entsteht durch die Streuung des Lichts bei den Reflexionen an den Spiegeln der VL. Dabei wird ein gewisser Bruchteil des einfallenden Lichts, abweichend von der idealen Reflexion, um den Hauptstrahl verteilt mit nach außen abnehmender Intensität. Für kleine Streuwinkel ist die Verteilung symmetrisch um den Hauptstrahl; bei großen Streuwinkeln, die hier nicht interessieren, ist die Verteilung von der Polarisierung des Lichts abhängig (Elson, Bennett 1979)

Das Streuverhalten der in dieser Arbeit untersuchten Spiegel kann durch Gleichung (140a) beschrieben werden. Im Folgenden wird darauf eingegangen, wie Streulicht mit einem großen Wegunterschied zum Hauptstrahl entsteht, zu diesem zurückfindet und sich mit ihm überlagern kann.

Die Entstehungsmechanismen sind unterschiedlich für die Fälle $\Delta L < L$ und $\Delta L > L$. Wir wollen zuerst den Fall $\Delta L < L$ behandeln, und zwar mit Hilfe eines Beispiels.

Der Hauptstrahl läuft von der Eintrittsöffnung zur Reflexion 1, von dort nach 2, usw. (siehe Fig. 6). Abgekürzt schreiben wir dafür (0, 1, 2, 3, ...). Der Strahl ist jedoch nicht scharf begrenzt; insbesondere durchläuft er in dem 3 m - Experiment vor der VL viele streuende optische Komponenten, so daß zusätzlich zur Gauß-förmigen Intensitätsverteilung merkliche seitliche Ausläufer vorhanden sind (Fig. 22)

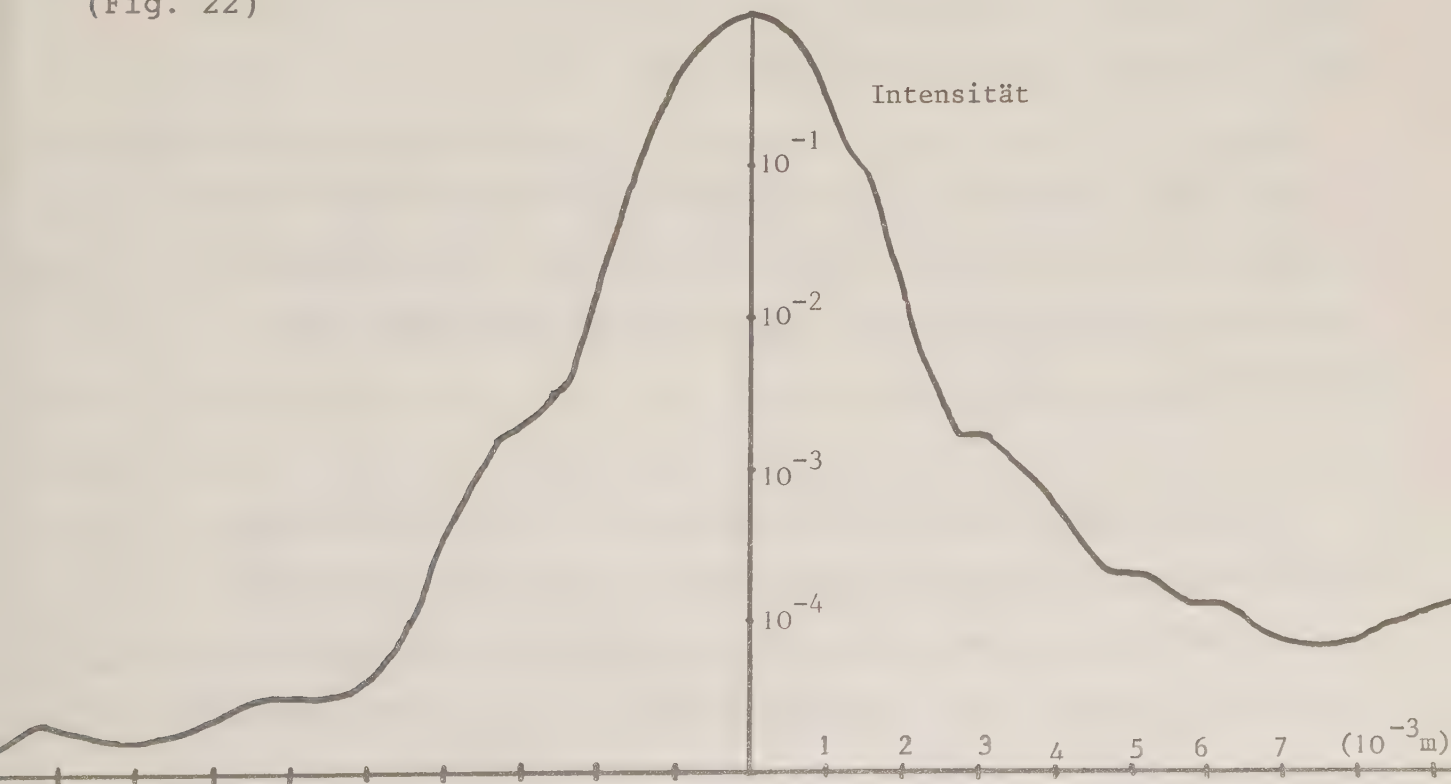


Fig. 22 Intensitätsverteilung des Eintrittsstrahls, gemessen am Ort des fernen Spiegels mit einer Lochblende deren Durchmesser $\ll w$ ist.

Zusätzlich erhöht jede Reflexion die Intensität in diesen Ausläufern (siehe unten). Ausläufer des Strahls bei der Reflexion Nr. 2 überdecken auch Bereiche, auf die der Hauptstrahl der Reflexion Nr. 6 trifft. Werden nun Teile des Ausläufers aus diesen Bereichen von 6 nach 7 gestreut, so überlagern sie sich dem Hauptstrahl, der regulär von 6 nach 7 läuft; das Streulicht hat den Weg $(0, 1, 6, 7, \dots)$ zurückgelegt, also 4 Reflexionen weniger erfahren als der Hauptstrahl, entsprechend $\Delta L = -4\ell$. Es gibt $N-5$ verschiedene Fälle, die alle einen Wegunterschied von -4ℓ zum Hauptstrahl liefern (siehe Tabelle 2). In analoger Weise ergeben sich die Beiträge mit anderen Wegunterschieden.

Für die quantitative Beschreibung ist es zunächst wichtig zu wissen, welche Intensität $i_{n, n-\Delta N}$ die Ausläufer der Reflexion Nr. n auf die Fläche der Reflexion Nr. $n-\Delta N$ bringen, von wo aus die Rückstreuung in den Hauptstrahl erfolgt. Im obigen Beispiel ist $n = 2$ und $n - \Delta N = 6$, mit $\Delta N = -4$.

Bei der Berechnung der Intensität in den Ausläufern tritt die Frage auf, wie die bei jeder Reflexion neu hinzukommende Intensität zu berücksichtigen ist, d.h. ob Amplituden oder Intensitäten zu addieren sind.

Für eine Addition der Amplituden ist eine feste Phasenbeziehung zwischen den sich überlagernden Strahlen notwendig, wie dies etwa bei einem optischen Resonator gegeben ist. Im obigen Fall jedoch sitzen die Streuzentren statistisch über den Strahlquerschnitt verteilt; ein Aufpunkt erhält Licht von all

diesen Quellen gleichzeitig. Sind zwei Streuzentren einen Strahldurchmesser voneinander entfernt, so haben ihre Beiträge am Aufpunkt im allgemeinen einen Wegunterschied von der Größenordnung einer Wellenlänge. Bei Überlagerung der Beiträge aller über den Strahlquerschnitt verteilten Streuzentren ist daher die Phasenlage der resultierenden Welle statistisch. Aus diesem Grund ist zu erwarten, daß im Mittel jede Reflexion die Intensität der Ausläufer um einen festen, nur vom Streuwinkel abhängigen Betrag erhöht. Dies wurde experimentell auf folgende Weise bestätigt: Das Intensitätsprofil des Laserstrahls nach der VL wurde als Funktion der Anzahl von Reflexionen gemessen. Um nicht durch Luftbewegungen gestört zu werden, wurde der kleinstmögliche Spiegelabstand $\ell = 2 \bar{R} \sin^2(\pi/N) \approx 2\bar{R} (\pi/N)^2$ gewählt. Bei festem Abstand zur Strahlachse war im Mittel die relative Intensitätszunahme in den Ausläufern je Reflexion konstant.

Die Intensitätszunahme ist relativ zur Intensität in der Strahlmitte des Ausgangsstrahls zu messen, da bei einer hohen Zahl von Reflexionen die gesamte Lichtleistung merklich abnimmt. Es mußten bei dieser Messung einzelne besonders wirksame, hell strahlende Streuzentren vermieden werden. Solche Streuzentren können Staubteilchen sein, die sich aber von der Oberfläche abwischen lassen; andere Streuzentren sitzen fest innerhalb der dielektrischen Beschichtung. Die Intensität des Streulichts von Staubteilchen auf der Oberfläche kann den Mittelwert von wenig streuenden Bereichen der Spiegeloberfläche um den Faktor 10^2 bis 10^3 übersteigen; die gesäuberte Oberfläche zeigt immer noch Schwankungen um einen Faktor 10.

Tabelle 2

Streulichtbeiträge in einer VL mit $N = 46$

Das Streulicht wird ΔN -mal häufiger reflektiert als der Hauptstrahl; entsprechend ist $\Delta L = \Delta N \ell$. Die Zahlen in den Klammern beschreiben den Weg des Streulichts über die Reflexionen der Fig. 6. $i_{n,n-\Delta N}$ ist die Intensität des Ausläufers der Reflexion n am Ort $n-\Delta N$. $i_{En,n-\Delta N}$ ist der Beitrag, den der schon vor der VL entstandene Ausläufer des Eintrittsstrahls dazu liefert. $S(\vartheta_1)$ wird in (120) definiert.

ΔN	Weg	$i_{n,n-\Delta N}$	Anzahl Wege
$-N = -46$	Rückstreuung von Flächen außerhalb der VL	i_E	
$-(N-2)=-44$	(0,45,46)	$i_{E1,45}$	1
$-(N-4)=-42$	(0,43,44,45,46) (0,1,44,45,46) (0,1,2,45,46)	$i_{E1,43}$ $i_{E2,44} + 1S(\vartheta_1)$ $i_{E3,45} + 2S(\vartheta_1)$	3
-40	(0,41,42,...) (0,1,42,43,...) ... (...,3,4,45,46)	$i_{E1,41}$ $i_{E2,42} + 1S(\vartheta_1)$... $i_{E5,45} + 4S(\vartheta_1)$	5
...	...	...	
-6	(0,7,8,...) (0,1,8,9,...) ... (...,37,38,45,46)	$i_{E1,7}$ $i_{E2,8} + 1 S(\vartheta_1)$... $i_{E39,45} + 38 S(\vartheta_1)$	39

ΔN	Weg	$i_{n,n-\Delta N}$	Anzahl Wege
- 4	$(0, 5, 6, \dots)$ $(0, 1, 6, 7, \dots)$ $\dots$ $(\dots, 39, 40, 45, 46)$	$i_{E1,5}$ $i_{E2,6} + 1 S(\vartheta_1)$ $\dots$ $i_{E41,45} + 40 S(\vartheta_1)$	$\left. \vphantom{\begin{matrix} i_{E1,5} \\ i_{E2,6} + 1 S(\vartheta_1) \\ \dots \\ i_{E41,45} + 40 S(\vartheta_1) \end{matrix}} \right\} 41$
- 2	$(0, 3, 4, \dots)$ $\dots$ $(\dots, 41, 42, 45, 46)$	$i_{E1,3}$ $\dots$ $i_{E43,45} + 42 S(\vartheta_1)$	$\left. \vphantom{\begin{matrix} i_{E1,3} \\ \dots \\ i_{E43,45} + 42 S(\vartheta_1) \end{matrix}} \right\} 43 = N-3$
0	Hauptstrahl		
2	$(0, 1, 2, 1, 2, \dots)$ $(\dots, 2, 3, 2, 3, \dots)$ $\dots$ $(\dots, 43, 44, 43, 44, \dots)$ $(\dots, 44, 45, 44, 45, 46)$ $(\dots, 45, 46, 45, 46)$	$i_{E3,1} + 2 S(\vartheta_1)$ $i_{E4,2} + 3 S(\vartheta_1)$ $\dots$ $i_{E45,43} + 44 S(\vartheta_1)$ $0 + 45 S(\vartheta_1)$ $45 S(\vartheta_1)$	$\left. \vphantom{\begin{matrix} i_{E3,1} + 2 S(\vartheta_1) \\ i_{E4,2} + 3 S(\vartheta_1) \\ \dots \\ i_{E45,43} + 44 S(\vartheta_1) \\ 0 + 45 S(\vartheta_1) \\ 45 S(\vartheta_1) \end{matrix}} \right\} 45 = N-1$
4	$(\dots, 3, 4, 1, 2, \dots)$ $\dots$ $(\dots, 43, 44, 41, 42, \dots)$ $(\dots, 44, 45, 42, 43, \dots)$ $\dots$ $(\dots, 47, 48, 45, 46)$	$i_{E5,1} + 4 S(\vartheta_1)$ $\dots$ $i_{E45,41} + 44 S(\vartheta_1)$ $0 + 45 S(\vartheta_1)$ $\dots$ $45 S(\vartheta_1)$	$\left. \vphantom{\begin{matrix} i_{E5,1} + 4 S(\vartheta_1) \\ \dots \\ i_{E45,41} + 44 S(\vartheta_1) \\ 0 + 45 S(\vartheta_1) \\ \dots \\ 45 S(\vartheta_1) \end{matrix}} \right\} N-1$
...	...	...	
$n-4=42$	$(\dots, 41, 42, 1, 2, \dots)$ $(\dots, 42, 43, 2, 3, \dots)$ $\dots$ $(\dots, 85, 86, 45, 46)$	$i_{E43,1} + 42 S(\vartheta_1)$ $i_{E44,2} + 43 S(\vartheta_1)$ $\dots$ $45 S(\vartheta_1)$	$\left. \vphantom{\begin{matrix} i_{E43,1} + 42 S(\vartheta_1) \\ i_{E44,2} + 43 S(\vartheta_1) \\ \dots \\ 45 S(\vartheta_1) \end{matrix}} \right\} N-1$
44	$(\dots, 43, 44, 1, 2, \dots)$ $(\dots, 44, 45, 2, 3, \dots)$ $\dots$ $(\dots, 87, 88, 45, 46)$	$i_{E45,1} + 44 S(\vartheta_1)$ $45 S(\vartheta_1)$ $\dots$ $45 S(\vartheta_1)$	$\left. \vphantom{\begin{matrix} i_{E45,1} + 44 S(\vartheta_1) \\ 45 S(\vartheta_1) \\ \dots \\ 45 S(\vartheta_1) \end{matrix}} \right\} N-1$

ΔN	Weg	$i_{n,n-\Delta N}$	Anzahl Wege
N=46	(..., 45, 46, 1, 2, ...)	45 $S(\vartheta_1)$	N-1
	(..., 46, 47, 2, 3, ...)	45 $S(\vartheta_1)$	
	...		
	(..., 89, 90, 45, 46)	45 $S(\vartheta_1)$	
48	(..., 47, 48, 1, 2, ...)	45 $S(\vartheta_1)$	N-1
	...		
	(..., 91, 92, 45, 46)	45 $S(\vartheta_1)$	
N+4=50	(..., 49, 50, 1, 2, ...)	45 $S(\vartheta_1)$	N-1
	...		
	(..., 93, 94, 45, 46)	45 $S(\vartheta_1)$	
...	...	...	
2N-4=88	(..., 87, 88, 1, 2, ...)	45 $S(\vartheta_1)$	N-1
	(..., 88, 89, 2, 3, ...)	45 $S(\vartheta_1)$	
	...		
	(..., 131, 132, 45, 46)	45 $S(\vartheta_1)$	
...	...	...	
2N=92	(..., 91, 92, 1, 2, ...)	45 $S(\vartheta_1)$	N-1
	(..., 92, 93, 2, 3, ...)	45 $S(\vartheta_1)$	
	...		
	(..., 135, 136, 45, 46)	45 $S(\vartheta_1)$	
...	...	...	

Für das in den Hauptstrahl zurückgestreute Licht gelten ähnlich Überlegungen wie für die Ausläufer: die Phasenlage relativ zum Hauptstrahl ist ebenfalls statistisch. Bei vielen Beiträgen zur

gleichen Wegdifferenz ΔL sind daher Intensitäten zu addieren, um das zugehörige σ zu erhalten.

Eine genaue Berechnung von σ müßte das Intensitätsprofil bei jeder Reflexion und die Streueigenschaften der Spiegeloberfläche an dieser Stelle berücksichtigen und das Profil des Streulichts mit dem Hauptstrahl falten. Erfreulicherweise ist es nicht notwendig, diese langwierige Aufgabe zu lösen; es genügt mit geeigneten Mittelwerten zu arbeiten. Die gemessenen Werte von σ schwanken bis zu einem Faktor 3, je nach den Streueigenschaften der benutzten Spiegeloberfläche. Es ist daher auch nicht sinnvoll, eine wesentlich höhere Genauigkeit in der Berechnung von σ anzustreben als diese.

Bei nicht allzu dicht gepackten Reflexionen ersetzen wir daher das Intensitätsprofil $i_{n,n-\Delta N}$ durch seinen Wert im Zentrum von $n-\Delta N$ und das des Streulichts durch seinen Wert im Zentrum von $(n-\Delta N)+1$.

In diesem Bild wird dem Hauptstrahl, der eine Gauß-förmige Intensitätsverteilung besitzt, Streulicht der gleichen Ausbreitungsrichtung, jedoch ortsunabhängiger Intensität überlagert. Der für die Interferenz maßgebliche Term ist das Produkt der Feldstärken des Hauptstrahls und des Streulichts, integriert über die gesamte Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Auf diesem Wege läßt sich eine effektive Fläche F_0 definieren, mit der die Intensität des Streulichts $d\sigma^2/dF$ multipliziert werden muß, um die wirksame relative Streulichtamplitude $\bar{\sigma}$ zu erhalten. Die Rechnung liefert für die angegebenen Bedingungen:

$$\bar{\sigma}^2 = 2\pi w^2 \frac{d\sigma^2}{dF} = F_0 \frac{d\sigma^2}{dF} \quad (118)$$

Mit dieser Vorbereitung kann nun die wirksame relative Amplitude des Streulichts mit Wegunterschied $\Delta N\ell$ zum Hauptstrahl berechnet werden:

$$(\bar{\sigma}_{\Delta N})^2 = \rho^{2\Delta N} \frac{\sum_n (i_{n,n-\Delta N} F_{\sigma,n-\Delta N}) (f(\vartheta_2) F_{\sigma,(n-\Delta N)+1}) / \ell^2}{P_0} \quad (119a)$$

ρ^2 ist der Reflexionskoeffizient der Spiegel für die Lichtleistung. Der Faktor $\rho^{2\Delta N}$ trägt der Tatsache Rechnung, daß das Streulicht durch ΔN Reflexionen mehr geschwächt wurde als das Hauptlicht, wobei ΔN auch negativ sein kann. P_0 ist die Gesamtleistung des Eintrittsstrahls.

Die Intensität des Ausläufers der Reflexion n am Ort $n-\Delta N$ ist gegeben durch:

$$i_{n,n-\Delta N} = i_{En,n-\Delta N} + (n-1) \cdot P_0 \cdot f(\vartheta_1) / \ell^2 := i_{En,n-\Delta N} + (n-1) \cdot S(\vartheta_1) \quad (120)$$

Dabei ist $i_{En,n-\Delta N}$ der Beitrag des Profils des Eintrittsstrahls, so wie dieses durch die Spiegel der VL auf n abgebildet wird. Da der Strahlquerschnitt bei Erfüllung der Wiedereintrittsbedingung nach N Reflexionen wieder auf sich abgebildet wird, liegt $i_{En,n-\Delta N}$ vollständig in der Eintrittsöffnung, verläßt also die VL. Daher ist $i_{En,n-\Delta N} = 0$ für $n \geq N$. $(n-1) \cdot$ zählt die Reflexionen, die bis zur betrachteten Rückstreuung Intensität aus der Strahlmitte in die Ausläufer gestreut haben. Der Wert von $(n-1) \cdot$ kann aus der Tabelle entnommen werden.

Es gilt:

$$(n - 1)^* = \begin{cases} n - 1 & \text{für } n \leq N \\ N - 1 & \text{für } n > N. \end{cases} \quad (121)$$

$F_{\sigma, n-\Delta N}$ ist die in (118) definierte effektive Fläche für das Streulicht, das auf $n-\Delta N$ fällt. Sie ist mit Hilfe der Gleichungen (50a) bzw. (52a) zu berechnen. Ähnliches gilt für $F_{\sigma, (n-\Delta N)+1}$. Wegen (51) kann selbst bei einem nicht angepaßten Strahl, solange die Strahlradian auf den Spiegeln nicht zu sehr variieren,

$$F_{\sigma, n-\Delta N} F_{\sigma, (n-\Delta N)+1} \approx (2\pi w_m^2)^2 = (2\lambda \ell)^2 \quad (122)$$

gesetzt werden. Damit erhält (119a) die Form

$$(\bar{\sigma}_{\Delta N})^2 \approx \frac{4\lambda \rho}{P_0} \sum_n i_{n, n-\Delta N} f(\vartheta_2) \quad (119b)$$

Der Streuwinkel ϑ_1 , der für die Erhöhung der Intensität im Ausläufer einzusetzen ist, wird beschrieben durch den Quotienten aus dem Abstand der Zentren von n und $n-\Delta N$ und dem Abstand ℓ . Der Winkel für die Rückstreuung ϑ_2 ist gegeben durch den Abstand der Zentren von $(n-\Delta N)+1$ und $n+1$ und dem Abstand ℓ . Bei einer kreisförmigen Anordnung ist $\vartheta_1 = \vartheta_2$. Im allgemeinen Fall einer nicht kreisförmigen Anordnung der Reflexionen sind ϑ_1 und ϑ_2 eine Funktion von n und $n-\Delta N$. $f(\vartheta)$ beschreibt das Streuverhalten der Spiegel, siehe Gleichung (140a). Es wird in der Literatur mit $\frac{1}{P} \frac{dP}{d\Omega}$ bezeichnet (Elson et al. 1980, Lastovka 1976).

Wie bereits erwähnt ist dieser Ausdruck bei kleinen Streuwinkeln rotationssymmetrisch um die Strahlachse, und wir schreiben dafür kürzer $f(\vartheta)$.

In (119b) wird über alle möglichen n summiert, so wie sie in der Tabelle aufgeführt sind. Unerwartet sind die dort erscheinenden Reflexionen mit $n \geq N$. Sie sind auf folgende Art zu verstehen: Durch die Streuung innerhalb der VL wird der Hauptstrahl mit Ausläufern versehen, die nicht in die Eintrittsöffnung abgebildet werden, sondern zum großen Teil auf die das Loch umgebende Spiegelfläche treffen und von dort einen erneuten Umlauf beginnen. Nach N Reflexionen werden sie wieder auf den Lochrand abgebildet und laufen deshalb solange weiter durch die VL, bis sie durch die Reflexionsverluste der Spiegel aufgezehrt sind. Man kann daher mit n über N hinauszählen; es fehlt dann bei diesen Reflexionen nur die Intensität des Hauptstrahls; unsere Überlegungen über die Auswirkungen der Ausläufer bleiben trotzdem richtig. $n - \Delta N$ muß natürlich zwischen 0 und N liegen, denn es soll ja eine Interferenz mit dem Hauptstrahl beschrieben werden. Auf diese Weise werden auch die Lichtwege mit $\Delta L \geq L$ verständlich. Lichtanteile mit einer Laufzeit größer als L wurden schon 1968 von Gloge und Steier durch die Methode des gepulsten Strahls beobachtet (Gloge, Steier 1969)

Bei gut getrennten Reflexionsflecken auf den Spiegeln sind die Beiträge mit einem Wegunterschied von einem ganzzahligen Vielfachen von L die stärksten, wie z.B. in den Abbildungen 20 und 21 zu sehen ist. Sie entstehen auf folgende Weise: Wir betrachten dazu das Streulicht, das bei einer einzelnen Reflexion des Hauptstrahls an einem Spiegel der VL erzeugt wird. Es umgibt den Haupt-

strahl, läuft mit diesem weiter durch die VL und wird, bis auf die Anteile, die durch die Austrittsöffnung verloren gehen oder die VL seitlich verlassen wieder auf die Stelle abgebildet, wo es entstand. Es überlappt somit an dieser Stelle vollständig und bei anderen Reflexionen zumindest teilweise mit dem Hauptstrahl. Wird das Streulicht nun wieder in die Richtung des Hauptstrahls gestreut, so liefert dies einen Beitrag mit $\Delta L = L$. Analoges gilt für $\Delta L = mL$ mit m als ganzer Zahl.

Nach (121) ist $(n-1)^* = N-1$ und es gibt $N-1$ Möglichkeiten für die Rückstreuung. Im Falle $\Delta N = m \cdot N$ berechnet sich daher die wirksame Streulichtamplitude nach

$$(\bar{\sigma}_{mN})^2 = \rho^{2mN} (N-1)^2 \int \int_{\substack{\text{Spiegelfläche} \\ \text{ohne Loch}}} \frac{f(\vartheta)}{\varrho^2} \frac{f(\vartheta)}{\varrho^2} \bar{F}_\sigma dF \quad (123a)$$

denn hierbei ist $\vartheta_1 = \vartheta_2$. $\bar{F}_\sigma$ ist der Mittelwert aus allen effektiven Flächen für das Streulicht:

$$\bar{F}_\sigma = \frac{2\pi}{N-1} \sum_{n=1}^{N-1} w_n^2 \quad (124a)$$

Analog zu (122) gilt wieder:

$$\bar{F}_\sigma \approx 2\pi w_m^2 \quad (124b)$$

Bei kleinen Winkeln ist das Streuverhalten der von Balzers beschichteten Spiegel nach Gl. (140a) gegeben durch:

$$f(\vartheta) = a_2/\vartheta^2$$

Damit wird (123a) zu

$$(\bar{\sigma}_{mN})^2 = \rho^{2mN} (N-1)^2 2(\pi a_2 w_m/w_L)^2 \quad (123b)$$

Wobei w_L den Radius der Austrittsöffnung angibt.

$\bar{\sigma}_{mN}$ ist deswegen so groß, weil die auftretenden Streuwinkel so klein sind: das Licht muß nur sehr wenig abgelenkt werden, um auf den Lochrand zu treffen und um den gleichen kleinen Betrag erneut abgelenkt werden, um wieder in den Hauptstrahl zu gelangen.

4. Extrapolation zu großem Lichtweg

Ein wesentliches Ziel der Untersuchungen des Streulichts in einer VL ist es auch, Vorhersagen über die Bedingungen in einer Apparatur mit sehr großem Lichtweg machen zu können. Auch dort werden die Beiträge mit $\Delta L = mL$ dominieren, solange sich die Reflexionen auf den Spiegeln nicht zu stark überlappen. Unter dieser Bedingung läßt Gleichung (123b) einen erfreulichen Schluß zu: Läßt man bei einer Vergrößerung der Armlänge den Durchmesser der Eintrittsöffnung proportional zum Durchmesser des angepaßten Strahls mitwachsen, so bleibt die Amplitude des Streulichts konstant, also gleich derjenigen in der untersuchten 3m-Apparatur.

Andererseits sind die Streulichtamplituden proportional zu N . Um einen vorgegebenen Lichtweg L zu realisieren, wird man daher den Spiegelabstand möglichst groß und damit N möglichst klein machen. Diese Forderung entsteht auch aus anderen Gründen, z.B. wegen Spiegelbewegungen aufgrund lokaler Störungen oder durch mechanisches thermisches Rauschen usw., die im Interferometersignal mit der Anzahl der Reflexionen multipliziert erscheinen.

Die Streulichtanteile mit $\Delta L \neq mL$ hängen stark von der gegenseitigen Überlappung der Reflexionen ab. Ihre erwartete Stärke ist für eine gewählte Anordnung mit Hilfe der Gleichungen (119a) bzw. (119b) zu bestimmen.

Im folgenden Abschnitt werden, als Beispiele zu den angegebenen Gleichungen, die Meßwerte aus Fig. 18 und Fig. 19 mit den zugehörigen errechneten Werten verglichen. Außerdem wird kurz auf eine Messung mit stark überlappenden Flecken eingegangen.

Experimentelle Ergebnisse

Die für den Versuchsaufbau mit 3 m Spiegelabstand geltenden Werte sind:

$$\rho^2 = 0.9965, \quad a_2 = 10^{-6}, \quad w_m = 7 \cdot 10^{-4} \text{ m}, \quad w_L = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Damit errechnet sich nach (123b)

$$\overline{\sigma}_{138, \text{theor.}} = 1.3 \cdot 10^{-4}$$

Der Meßwert aus Fig. 19 ist $\sigma_{138} = 1.6 \cdot 10^{-4}$

Fig. 18 wurde nach einem großen Wert für σ_{46} ausgesucht, d.h. die Beiträge aus den beiden Armen addierten sich. Die Rechnung ergibt diesmal

$$\overline{\sigma}_{46, \text{theor.}} = 0.6 \cdot 10^{-4}$$

und gemessen wurde

$$\sigma_{46} = 2 \cdot 10^{-4}.$$

Die berechneten und die gemessenen Werte weichen für wenig streuende Oberflächenbereiche der Spiegel i.a. nur um weniger als einen Faktor 2 voneinander ab. Werden allerdings stark und deutlich sichtbare Streuzentren getroffen, so können die Meßwerte um mehr als einen Faktor 3 höher liegen.

Die Werte σ_{mN} sollten ihrer Entstehung nach unabhängig vom Grad der Überlappung zwischen den einzelnen Reflexionen sein. Dies wurde experimentell bestätigt durch zwei Veränderungen in der Versuchsanordnung:

1. Der Kreis der Fig. 6 wurde deformiert zu einer stehenden Ellipse mit einem kleinen Durchmesser von $5 \cdot 10^{-3}$ m.
2. Der Eintrittsstrahl wurde stärker fokussiert, so daß $w_{\max} \approx 3 \cdot 10^{-3}$ m war.

Wie zu erwarten änderten sich dadurch jeweils die Meßwerte für σ_{mN} nicht, wohl aber die Beiträge mit anderen Wegunterschieden.

Als Beispiele zu (119b) sollen die Meßwerte für σ_4 in Fig. 18 und Fig. 19 mit den berechneten Zahlen verglichen werden. In beiden Fällen waren die Reflexionen etwa kreisförmig angeordnet, so daß $\vartheta_1 = \vartheta_2$ war. P_0 ist mit der gemessenen Intensitätsverteilung des Eintrittsstrahls verknüpft durch

$$P_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} i_E dF = i_{\max} \frac{\pi}{2} w^2$$

In Fig. 22 ist $w = 1.4 \cdot 10^{-3}$ m. Fig. 18 wurde erhalten mit $w_K = 3 \cdot 10^{-2}$ m entsprechend einem Abstand d der Reflexionszentren von $8,2 \cdot 10^{-3}$ m. Das zugehörige ϑ ist $2,7 \cdot 10^{-3}$. Aus Fig. 22 entnimmt man als Mittelwert zwischen dem rechten und dem linken Ausläufer $i_{En, n-\Delta N}/i_{\max} = 3,6 \cdot 10^{-5}$. Aus Gleichung (140a) errechnet sich $f(\vartheta) = 0.2$. Damit ist für Fig. 18:

$$\sigma_{4, \text{theor.}} = 9,5 \cdot 10^{-6};$$

Die Messung liefert: $\sigma_4 = 4,4 \cdot 10^{-6}$.

Zu Fig. 19 gehören die Werte: $d = 3,6 \cdot 10^{-3}$ m; $\vartheta = 1,2 \cdot 10^{-3}$; $f(\vartheta) = 0.84$; $i_{En, n-\Delta N}/i_{\max} = 8 \cdot 10^{-4}$. Dies ergibt:

$$\sigma_{4, \text{theor.}} = 1,64 \cdot 10^{-4};$$

gemessen wurde: $\sigma_4 = 3 \cdot 10^{-4}$.

In gleicher Weise wurde auch für andere Wegunterschiede das zugehörige σ bestimmt, und es ergab sich für alle Werte

eine Übereinstimmung in der oben angegebenen Genauigkeit: Die Streulichtbeiträge in einem Interferometer mit optischen Verzögerungsleitungen können daher mit (119a) und (123a) bzw. (119b) und (123b) beschrieben werden.

Diese Gleichungen gelten auch dann noch, wenn die Reflexionen nicht kreisförmig angeordnet sind und wenn der Strahl nicht angepaßt ist. Für $\overline{\sigma}_{mM}$ nach (123b) wurde dies bereits erwähnt; zur Prüfung von (119a) wurde folgende Anordnung gewählt: um die Reflexionen dicht packen zu können, wurde die Wiedereintrittsbedingung gestört, so daß sich der Eintritts- und der Austrittsstrahl außerhalb der VL überlappten. Auf diese Weise konnte mit $N = 138$ eine stehende Ellipse erzeugt werden mit den Durchmessern von $1 \cdot 10^{-2}$ m und $3,5 \cdot 10^{-2}$ m. d schwankte hierbei zwischen w_m und $w_m/3$. Zur Berechnung von σ mußten die Streuwinkel ϑ_1 und ϑ_2 unterschiedlich angenommen werden; außerdem war es notwendig die Veränderung der Intensitätsverteilung des Strahls aufgrund der Abbildung durch die Spiegel zu verfolgen. Das berechnete $\sigma_{4,theor.}$ war $9 \cdot 10^{-3}$.

Gemessen wurden Werte genau in der passenden Größe zwischen $7 \cdot 10^{-3}$ und $9 \cdot 10^{-3}$. Für andere Wegunterschiede wichen Messung und Rechnung ebenfalls um weniger als einen Faktor 2 voneinander ab.

Stärke und Laufzeit des störenden Streulichts in einem Interferometer mit optischen Verzögerungsleitungen können somit aus den Streueigenschaften der Spiegel, der Geometrie der Anordnung und der Intensitätsverteilung des Eintrittsstrahls berechnet werden.

5. Auswirkung der Summe der Streulichtanteile

Die Auswirkung des gesamten Streulichts auf das Interferometersignal kann auf folgende Weise beschrieben werden: Das Rauschspektrum der Laserfrequenz zeigt im stabilisierten wie im unstabilisierten Fall im kHz-Gebiet jeweils beinahe eine konstante spektrale Dichte. Zur bequemerer Beschreibung betrachten wir das Rauschen in einem schmalen Frequenzband um ω_M mit der Amplitude $\Omega = \Omega(t)$, wobei jetzt ω_M irgendwo im Meßgebiet liegen soll. Jedes $\sigma_{\Delta N}$ verschiebt die Phase des Hauptstrahls um $\Psi_{\Delta N}$ gemäß (110) mit $\dot{\phi} = 0$. Da $\Omega/\omega_M \ll 1$ ist, bleibt als wesentlicher Beitrag:

$$\Psi = \sum_{\Delta N} \Psi_{\Delta N} = \sum_{\Delta N} \cos \phi_{0, \Delta N} \overline{\sigma}_{\Delta N} 2 \frac{\Omega}{\omega_M} \sin \frac{\omega_M \tau_{\Delta N}}{2} \sin \omega_M t \quad (125)$$

mit $\tau_{\Delta N} = \Delta N \ell / c$. Wie bereits erwähnt klingen die $\overline{\sigma}_{\Delta N}$ im Mittel mit $\rho^{\Delta N}$ ab, und die $\cos \phi_{0, \Delta N}$ sind statistische, zeitabhängige Faktoren.

Solange $\omega_M \tau_{\Delta N} / 2 < 1$ ist, kann der Sinus davon durch sein Argument ersetzt werden. Falls die $\overline{\sigma}_{mN}$ die größten Komponenten sind, können wir für eine Abschätzung schreiben:

$$\Psi = \sum_{m=0}^{\infty} \cos \phi_{0, mN} \overline{\sigma}_N \rho^{mN} \Omega (m+1) \tau_N \sin \omega_M t \quad (126)$$

Im ungünstigsten Fall sind alle $\cos \phi_{0, mN}$ gleich 1; dafür wird

$$\Psi_{\max} = \frac{\overline{\sigma}_N}{(1-\rho^N)^2} \Omega \tau_N \sin \omega_M t \quad (127)$$

d.h. das gesamte Streulicht wirkt sich dann so aus, als ob ein Beitrag mit der Amplitude $\frac{\bar{\sigma}}{(1-\rho^N)^2}$ und mit $\Delta L = L$ vorhanden wäre. Für $N = 138$ und $\rho^2 = 0.9965$ ist $\frac{1}{(1-\rho^N)^2} = 22$.

Dies gilt für einen Arm. Wenn der andere Arm auch noch seine Beiträge alle in Phase liefert, so ist theoretisch ein Faktor 44 zu erreichen. Praktisch ist dieser Faktor jedoch viel kleiner, da die oben erwähnte statische Unsymmetrie zwischen den beiden Armen, die z.B. schon aufgrund der statistischen Verteilung der Streuzentren besteht, nicht durch die Spiegelbewegung kompensiert werden kann, d.h. es gibt keine Spiegelabstände, für die alle Streulichtbeiträge in Phase sind.

Um eine experimentelle Aussage darüber zu erhalten, wie sich die Summe aller Streulichtbeiträge im Interferometer auswirkt, wurde die lineare Frequenzmodulation $\dot{\omega}$ abgeschaltet und nur die Modulation bei 20 kHz in Betrieb gelassen. Das Signal bei 20 kHz kann nun durch (125) bzw. (126) beschrieben werden, wobei $\omega_M/2\pi$ jetzt wieder die Modulationsfrequenz angibt. Ψ schwankte zwischen sehr kleinen Werten und etwa dem vierfachen von Ψ_N . Größere Signale kamen bei etwa 10^3 statistisch aufgenommenen Spektren nicht vor. Zu diesem Ergebnis gelangt man ebenfalls, wenn zur Beschreibung der Summe der Streulichtbeiträge die mit der Laufzeit entsprechend (125) gewichteten Einzelbeiträge quadratisch addiert werden. Der beobachtete Faktor 4 ist zu vergleichen mit dem berechneten Faktor 5.35; die beiden Werte sind somit in guter Übereinstimmung.

In einer großen Apparatur ist für eine Meßfrequenz $\omega_M/2\pi$ der Wert $\frac{\omega_M \tau_{\Delta N}}{2}$ nicht mehr klein gegen 1. Für die Abschätzung des un-

günstigsten Falles sind jetzt neben allen $\cos\phi_{0,\Delta N}$ auch noch alle $\sin \frac{\omega_M \tau_{\Delta N}}{2}$ gleich 1 zu setzen. Dafür ist

$$\varphi_{\max} = \sum_{m=0}^{\infty} \bar{\sigma}_N \rho^{mN} 2 \frac{\Omega}{\omega_M} \sin \omega_M t = \frac{2}{1-\rho^N} \bar{\sigma}_N \frac{\Omega}{\omega_M} \sin \omega_M t \quad (128)$$

Der das gesamte Rauschen beschreibende äquivalente Beitrag mit $\Delta L = L$ hat jetzt die Stärke $\frac{\bar{\sigma}}{1-\rho^N}$. Für $N = 138$ und $\rho^2 = 0.9965$ ist dies gleich $4,65 \bar{\sigma}_N$, also günstiger als bei einem Interferometer mit kleinem L .

Da man wegen der Schrotrauschgrenze möglichst wenig Licht in der VL verlieren möchte, sollen die Reflexionsverluste der Spiegel möglichst klein sein. Den größten Teil der Verluste verursacht die Streuung, siehe z.B. (Guenther et al. 1976). Wird ein Streuverhalten der Spiegel nach (140a) vorausgesetzt, so lassen sich damit die Verluste je Reflexion durch die Parameter a_1 und a_2 ausdrücken. Mit Hilfe der Gleichung (123b) folgt, daß $\varphi_{\max}$ in (128) und damit die betrachteten Streulichtsignale sich nicht ändern, wenn a_1 und a_2 in gleichem Maße reduziert werden. Es ist daher wegen der geringeren Verluste anzustreben, Spiegel mit möglichst hohem Reflexionsvermögen zu verwenden.

6. Umwandlung niederfrequenter Signale durch Nichtlinearitäten in Störungen im kHz-Bereich

Bis jetzt wurden im wesentlichen Streulichtsignale betrachtet, die entsprechend (103) wegen des Frequenzrauschens des Lasers im Meßgebiet entstehen. Wie aus (101) und (102) zu ersehen ist, müssen

jedoch große Änderungen des Spiegelabstands oder der Laserfrequenz auch bei niedrigen Frequenzen vermieden werden. Falls sich nämlich ϕ um mehr als 2π ändert, beginnt der Streulichtvektor relativ zum Vektor des Hauptstrahls zu rotieren. Vor allem wenn die Rotationsfrequenz des Streulichtvektors ins Meßgebiet fällt, können sich solche niederfrequenten Störungen großer Amplitude dort erheblich bemerkbar machen.

Zur quantitativen Beschreibung gehen wir aus von einer konstanten Laserfrequenz $\omega_0/2\pi$; der Spiegelabstand sei durch (114) beschrieben. Dann ist

$$\phi_{\Delta N} = \int_{t-\tau(t)}^t \omega_0 dt' = \omega_0 \frac{\Delta N}{c} (\ell_0 + \delta \ell \sin \omega_p t) := \phi_{0,\Delta N} + x_{\Delta N} \sin \omega_p t \quad (129)$$

$$\text{mit } x_{\Delta N} = \frac{\omega_0}{c} \Delta N \delta \ell = 2\pi \Delta N \frac{\delta \ell}{\lambda}.*$$

Das zugehörige Interferometersignal ist

$$\begin{aligned} \Psi &= \sum_{\Delta N} \bar{\sigma}_{\Delta N} \sin \phi_{\Delta N} \\ &= \sum_{\Delta N} \bar{\sigma}_{\Delta N} \{ \sin \phi_{0,\Delta N} [J_0(x_{\Delta N}) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(x_{\Delta N}) \cos 2k\omega_p t] \\ &\quad + \cos \phi_{0,\Delta N} 2 \sum_{k=0}^{\infty} J_{2k+1}(x_{\Delta N}) \sin(2k+1)\omega_p t \} \quad (130a) \end{aligned}$$

wobei $J_k(x)$ die Besselfunktion erster Gattung der Ordnung k bedeutet. Bei gegebener Frequenz $\omega_p/2\pi$ für die Spiegelbewegung und gegebener Meßfrequenz $\omega/2\pi$ gibt das Produkt aus $\bar{\sigma}_{\Delta N}$ und der

*Beruht die Störung auf einer niederfrequenten Frequenzschwankung Ω , so ist in (129) $x = \Omega \tau_{\Delta N}$ zu setzen.

Besselfunktion $J_k(x_{\Delta N})$ der Ordnung $k = \omega/\omega_p$ an, mit welcher Amplitude die niederfrequente Störung sich im Meßgebiet auswirkt. Die Amplitude des Interferometersignals bei ω ist die Summe aus allen Beiträgen; nach oben abgeschätzt ist

$$\varphi_\omega \leq \sum_{\Delta N} \bar{\sigma}_{\Delta N} J_k(x_{\Delta N}) \quad (130b)$$

Es kommt nun entscheidend auf die Größe von $x_{\Delta N}$ an. Solange der Phasenhub $x_{\Delta N}$ sehr viel kleiner ist als das Frequenzverhältnis k , kann $J_k(x_{\Delta N})$ angenähert werden durch

$$J_k(x_{\Delta N}) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi k}} \left(\frac{ex_{\Delta N}}{2k}\right)^k e^{-\frac{x_{\Delta N}^2}{4k}} \quad (131)$$

d.h. $J_k(x_{\Delta N})$ ist sehr klein und die Auswirkungen im Meßgebiet sind gering.

$J_k(x_{\Delta N})$ hat sein erstes Maximum in der Nähe von $x_{\Delta N} \approx k$, genauer bei

$$(x_{\Delta N})_{\max} = k + 0.8 \sqrt[3]{k} \quad (132)$$

Der Wert des Maximums ist

$$J_k(x_{\Delta N, \max}) = \frac{0.675}{\sqrt[3]{k}} \quad (133)$$

Wird $x_{\Delta N} > k$, so klingt $J_k(x_{\Delta N})$ für wachsendes $x_{\Delta N}$ nur langsam ab:

$$J_k(x_{\Delta N}) = \sqrt{\frac{2}{\pi x_{\Delta N}}} \left\{ \cos\left(x_{\Delta N} - n\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + O\left(\frac{1}{x_{\Delta N}}\right) \right\} \quad (134)$$

Zahlenbeispiele aus dem Experiment

a) Spiegelbewegungen bei der Pendelfrequenz

Die Armlängendifferenz wird durch eine mechanische Regelung auf etwa 10^{-9} m konstant gehalten. Das an der Pockelszelle abgenommene Interferometersignal bleibt daher selbst bei hundert Reflexionen immer noch merklich kleiner als eine Wellenlänge. Die Regelung für die Armlängendifferenz zwingt einen Arm dazu, die Änderung des Spiegelabstandes im anderen Arm zu kopieren. Das Störsignal durch das Streulicht macht es jedoch erforderlich, auch noch diesen Freiheitsgrad zu stabilisieren. Die lokalen Regelungen verhindern zwar ein Aufschaukeln der Pendel bei deren Resonanzfrequenz von etwa 0.7 Hz; es bleiben jedoch Änderungen des Spiegelabstandes in der Größenordnung der Bodenbewegung von etwa 10^{-7} m übrig. Für das dadurch bei 1 kHz erzeugte Signal ist die Besselfunktion der Ordnung $k = 10^3/0.7 = 1400$ verantwortlich. Sie hat ihren Maximalwert $0.675/\sqrt[3]{1400} = 6 \cdot 10^{-2}$ bei $x_{\Delta N, \max} = 1400 + 0.8\sqrt[3]{1400} \approx 1400$. Das zugehörige $\Delta N_{\max}$ ist nach (129): $\Delta N_{\max} = \frac{x_{\max}}{2\pi} \frac{\lambda}{\delta \ell} \approx 1100$.

Gehen wir wieder davon aus, daß die Beiträge mit $\Delta N = mN$ die stärksten sind und ihre Abnahme gemäß $\rho^{\Delta N}$ erfolgt, so ist $\bar{\sigma}_{\Delta N, \max} = \bar{\sigma}_N \rho^{(\Delta N_{\max} - N)} \approx 10^{-4} \cdot 0.17 = 1.7 \cdot 10^{-5}$. σ_N wurde $\approx 10^{-4}$ gesetzt. Insgesamt ergibt sich für den einzelnen Beitrag mit $\Delta N_{\max}$:

$$\varphi_{\Delta N} \approx \bar{\sigma}_{\Delta N, \max} J_{1400}(x_{1100}) \approx 1.7 \cdot 10^{-5} \cdot 6 \cdot 10^{-2} = 1 \cdot 10^{-6}$$

und dies ist wesentlich größer als der durch das Schrotrauschen vorgegebene Wert. Durch eine zusätzliche Regelung mußte daher der

Spiegelabstand auf einige 10^{-9} m konstant gehalten werden.

b) Spiegelbewegung bei 23 Hz

Zwischen 10 und 25 Hz treten bei der 3m-Apparatur mehrere Resonanzen auf. Eine davon hat das Vakuumgehäuse bei 23 Hz. Das Interferometersignal zeigt dort eine mittlere Abstandsänderung der Spiegel von $10^{-3}\lambda$ an. Unter sonst gleichen Annahmen wie unter a) ist

$$k = \frac{10^3}{23} = 44; \quad x_{\max} = 46,8; \quad J_{44}(x_{\max}) = 0.2; \quad \Delta N_{\max} = 7.5 \cdot 10^3;$$

$$\sigma_{\Delta N_{\max}} = 2.3 \cdot 10^{-10}. \text{ Damit wird}$$

$$\varphi_{\Delta N_{\max}} = 4.5 \cdot 10^{-11}$$

also noch unterhalb der Meßgenauigkeit des Interferometers. Wie kritisch es dabei auf die Amplitude der Spiegelbewegung ankommt wird deutlich, wenn diese gegenüber dem eben betrachteten Beispiel nur um einen Faktor 3 größer angenommen wird: $\delta l = 3 \cdot 10^{-3}\lambda$; $\Delta N_{\max} = 2,5 \cdot 10^3$; $\sigma_{\Delta N, \max} = 1.5 \cdot 10^{-6}$; $\varphi_{\Delta N, \max} = 1.5 \cdot 10^{-6} \cdot 0.2 = 3 \cdot 10^{-7}$, und dies ist bereits recht störend.

Bei der eben betrachteten Umwandlung niederfrequenter Signale in Störungen im kHz-Gebiet durch das Streulicht liegen zwei gegenläufige Effekte vor. Bei gegebener Spiegelbewegung wächst der Phasenhub linear mit der Anzahl der Reflexionen, die das Streulicht erfährt; andererseits nimmt σ exponentiell mit eben dieser Anzahl ab.

Werden aus den oben erwähnten Gründen Spiegel mit hohem Reflexionsvermögen verwendet, so führt dies gleichzeitig zu einem sehr langsamen Abklingen des Streulichts, und relativ kleine niederfrequente Amplituden der Spiegel können bereits Störsignale im Meßgebiet hervorrufen. Die Amplitude des durch den Hauptstrahl erzeugten Streulichts nimmt zwar z.B. proportional zu a_2 in (123b) ab, jedoch liegt dann ρ entsprechend näher bei 1, so daß insgesamt die Anforderungen an die Isolation und die Regelungen des Interferometers mit wachsendem Reflexionsvermögen der Spiegel zunehmen. Diese Aufgabe wird man so weit wie möglich zu lösen versuchen, um nicht die für die Auflösungsgrenze bestimmende Lichtleistung durch höhere Reflexionsverluste reduzieren zu müssen. Dieser Punkt ist besonders wichtig für die in Kap. I angesprochene Erhöhung der effektiven Laserleistung durch Wiederverwendung des Lichts, welches das Interferometer verläßt.

7. Die Intensitätsverteilung des Streulichts nach einer Einfachreflexion

Zur quantitativen Behandlung des Streulichts in einer Verzögerungsleitung muß seine Intensitätsverteilung als Funktion des Streuwinkels bekannt sein. Für eine Extrapolation auf eine Anordnung mit großem Lichtweg ist diese Kenntnis auch bei sehr kleinen Winkeln ($\vartheta \lesssim 10^{-4}$) notwendig. Eine große Anzahl von Veröffentlichungen behandelt zwar das Streuverhalten dielektrischer Vielfachschichten; die angegebenen Daten schwanken jedoch beträchtlich, je nach den spezifischen Eigenschaften der untersuchten Proben (Ebert et al. 1979, Elson et al. 1980, Guenther et al. 1976, Lutter, Ferencz 1979, Pulker 1976). Außerdem scheinen die wenigen vorhandenen Meßwerte bei kleinen Winkeln nicht zuverlässig zu sein (Elson et al. 1980, Gloge et al. 1969). Richtige Ergebnisse können dort nur bei äußerst sorgfältigem Vorgehen gewonnen werden unter Berücksichtigung von Einflüssen, die bei größeren Streuwinkeln keine wesentliche Rolle spielen. Die wichtigsten Punkte sind bei Lastovka (Lastovka 1976) beschrieben. Aus den angegebenen Gründen wurde daher die Intensitätsverteilung des Streulichts gemessen, welches die in der 3 m-Apparatur verwendeten Spiegel nach einer Einfachreflexion erzeugen, mit dem Hauptaugenmerk auf die Werte bei kleinen Winkeln.

Im Folgenden soll der Versuchsaufbau beschrieben und die Begründung für die Wahl dieser speziellen Anordnung gegeben werden. Im Zusammenhang damit wird auch etwas genauer auf die Abbildungsfehler des untersuchten Spiegels eingegangen. Schließlich werden noch die Meßergebnisse für die Winkelverteilung des vom Spiegel erzeugten Streulichts angegeben.

7.1 Meßanordnung

Das Substrat der untersuchten Spiegel besteht aus Zerodur. Die Spiegeldicke beträgt $2,5 \cdot 10^{-2}$ m, der Durchmesser 0,125 m. Das Substrat wurde von der Fa. Zeiss/Oberkochen geschliffen. Nach Firmenangabe ist die maximale Abweichung von einer idealen Kugeloberfläche $\leq \lambda/20$, also $< 25 \cdot 10^{-9}$ m. Der Krümmungsradius R liegt bei 2,981 m. Die Verspiegelung mit harten dielektrischen Schichten wurde von der Fa. Balzers/Liechtenstein vorgenommen. Laut Firmenangabe ist die Dicke der einzelnen Schichten auf 10^{-9} m konstant.

Die wesentlichen Teile des Versuchsaufbaus sind in Fig. 23 zu sehen.

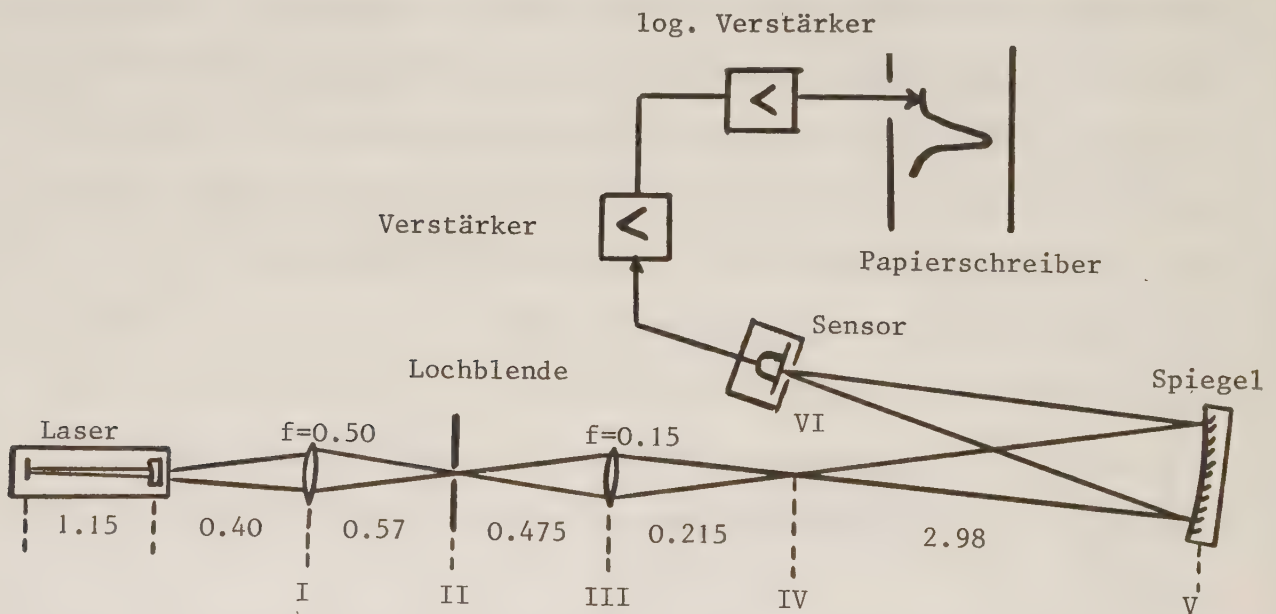


Fig. 23

Seitenansicht des Versuchsaufbaus zur Messung des Streuverhaltens eines Spiegels mit einem Krümmungsradius von etwa 3 m. Die Längen sind in m angegeben. Die nähere Beschreibung erfolgt im Text.

Als Lichtquelle dient ein Argon-Ionen-Laser (CR2, Coherent Radiation) mit Gauß-förmiger Intensitätsverteilung. Eine Linse der Brennweite $f = 0,5$ m am Ort I fokussiert den Laserstrahl auf den Ort II. Das räumliche Filter zur Beseitigung der seitlichen Ausläufer in der Intensitätsverteilung des angebotenen Laserstrahls bildet eine Lochblende am Ort des Fokus. Sie besteht aus geschwärztem Messingblech mit konischer Bohrung bei einem Innendurchmesser von $4 \cdot 10^{-4}$ m. Auf die sonst übliche zweite Lochblende in der Nähe der Linse I wurde verzichtet, da sie keine Verbesserung brachte. Eine weitere unbeschichtete Linse der Brennweite $f = 0,15$ m bei III erzeugt einen noch kleineren Fokus am Ort IV mit entsprechend größerer Divergenz des Laserstrahls.

Um den Einfluß von Abbildungsfehlern zu minimalisieren (siehe unten), wird der letzte Fokus möglichst nahe an den Krümmungsmittelpunkt des zu untersuchenden Spiegels gelegt. Die Entfernung zwischen Fokus und Spiegel ist gleich dessen Krümmungsradius R . Das vom Spiegel erzeugte Bild liegt am Ort VI, $6 \cdot 10^{-2}$ m vertikal über IV, also ebenfalls im Abstand R vom Spiegel. Das Bild wird horizontal mit dem Sensor abgetastet. Dieser besteht aus einem variablen Rechteckspalt, einem Interferenzfilter und einer in Sperrichtung vorgespannten Photodiode. Der Spalt wird von 4 Rasierklingen gebildet; die Halterung ist geschwärzt. Die Rasierklingen werden möglichst weit außen eingespannt und die Halteklötzchen keilförmig zugeschliffen um zu verhindern, daß Streulicht vom seitlich des Spalts auftreffenden Hauptstrahl über Streuung an den Spalträndern doch noch zur Photodiode gelangt.

Das Interferenzfilter mit einer Bandbreite von $3 \cdot 10^{-9}$ m schaltet den Einfluß des Tageslichts aus. Die Photodiode (DT 110,

EG & G) hat eine kreisförmige aktive Fläche von $(10^{-2} \text{ m})^2$ mit einem Konversionsfaktor von 0,2 A/W entsprechend einer Quantenausbeute von 0,5. Der Sensor bildet eine kompakte Einheit und wird für die Messung durch einen Gleichstrommotor mit Hilfe eines Mikrometerschlittens horizontal verschoben. Das Photodiodensignal läuft über einen Differenzverstärker, dessen zweiter Eingang zum Offsetabgleich verwendet wird. Es folgt ein logarithmischer Verstärker mit 2 V/Dekade. Das Ausgangssignal wird mit einem Papierschreiber registriert.

Beim Versuchsaufbau ist sorgfältig darauf zu achten, daß kein Reflex und kein Streulicht von den verwendeten optischen Komponenten als unerfaßter Störbeitrag zur Photodiode gelangt. Die Anordnung wird daher so einfach und übersichtlich wie möglich gewählt und die Anzahl der streuenden Flächen klein gehalten. Aus dem gleichen Grunde werden auch unbeschichtete Linsen verwendet, da diese sehr viel weniger streuen als vorhandene beschichtete Linsen. Durch leichtes Schrägstellen werden die Reflexe von den Oberflächen seitlich abgelenkt. Große Aufmerksamkeit erfordert das vom Hauptstrahl am Sensor erzeugte Streulicht. So wurde es z.B. in einem Fall vom Spiegel reflektiert und traf auf die Fassung der Linse am Ort III. Dort wurde es erneut gestreut und gelangte über den Spiegel auf die Photodiode. Als Abhilfe werden geschwärzte Linsenhalter verwendet und alle Komponenten leicht schräg gestellt. Zur Überprüfung ob unerwünschte Lichtbeiträge vorhanden sind, werden Blenden aus schwarzem Papier in den Strahlengang gebracht, und zwar in Strahlrichtung gesehen jeweils unmittelbar nach den optischen Komponenten und auf dem Spiegel, und es wird der Einfluß auf die Intensitätsverteilung bei VI beobachtet.

Bei der Planung des Versuchsaufbaus waren folgende Überlegungen notwendig:

Um das Streuverhalten eines Spiegels bei sehr kleinen Streuwinkeln messen zu können, muß die Anordnung so aufgebaut werden, daß in einer gewissen Entfernung vom Spiegel die geringe Intensität des Streulichts in unmittelbarer Nachbarschaft des intensiven Hauptstrahls erfaßt werden kann. Daher soll der Strahl am Ort des Sensors eine möglichst geringe räumliche Ausdehnung besitzen; außerdem soll das Intensitätsprofil möglichst steil zu Werten von etwa 10^{-6} der Intensität in der Strahlmitte abfallen.

Lastovka (Lastovka 1976) behandelt in diesem Zusammenhang als Beispiele eine konstante und eine Gauß-förmige Intensitätsverteilung auf dem zu untersuchenden Objekt.

Ein Gauß-förmiger Strahl läßt sich gut fokussieren und erreicht wegen des exponentiellen Abfalls schon in einer Entfernung von etwa vier Strahlradien von der Strahlachse etwa 10^{-6} der Mittenintensität. Ein solches Intensitätsprofil ist somit gut für Streulichtmessungen geeignet.

Die gleichförmige Intensitätsverteilung liefert für einen Spalt der Breite b , der für einen Rechtecksspiegel gleich der Spiegelbreite zu setzen ist, eine Intensitätsverteilung als Funktion des Ablenk winkels ϑ von

$$\frac{J(\vartheta)}{J(0)} = \left(\frac{\sin \frac{\pi b \vartheta}{\lambda}}{\frac{\pi b \vartheta}{\lambda}} \right)^2$$

Die Einhüllende dieser Verteilung fällt zwar sehr flach ab; das winkelmäßig sehr nahe liegende erste Minimum könnte jedoch ein geeigneter Arbeitspunkt sein. Lastovka behandelt dieses Problem

mit Hilfe einer Rechenmaschine, und gelangt an Hand eines Plots der Intensitätsverteilung zu dem Schluß, daß kein kleinerer Wert als etwa 10^{-2} der Mittenintensität gemessen werden könnte. Es ist jedoch schon mit einer einfachen Überlegung möglich, dieses erste Minimum bei Beleuchtung des Spiegels mit konstanter Intensität als Arbeitspunkt auszuschließen. Theoretisch liefert das 1. Minimum, wie jedes weitere auch, unter idealen Bedingungen eine exakte Nullstelle der Intensität. Bei einer Spaltbreite b von $5 \cdot 10^{-2}$ m ist aber die Intensität in einem Winkel von 10^{-8} Radian neben diesem Minimum bereits auf 10^{-6} der Mittenintensität angestiegen. In einer Entfernung von 1 m entspricht dies erst einer seitlichen Abweichung von 10^{-8} m. Ein Intensitätsanstieg auf 10^{-4} der Mittenintensität ist bereits nach 10^{-7} Radian, also in 1 m Entfernung bei einer seitlichen Abweichung von 10^{-7} m neben dem Minimum gegeben. Die notwendige Auflösung ist daher mit vertretbarem Aufwand nicht zu erreichen, ganz abgesehen von weiteren Schwierigkeiten, wie etwa von Abbildungsfehlern der optischen Komponenten, die ein exaktes Minimum verhindern würden.

Für die Messung wird daher der Gauß-förmige Laserstrahl verwendet. Die Intensitätsverteilung ist jedoch nicht ideal Gauß-förmig, sondern besitzt Ausläufer von etwa 10^{-4} der Mittenintensität (Fig. 24). Ein räumliches Filter in Form einer Lochblende am Ort II in Fig. 23 bewirkt den weiteren steilen Abfall der Intensität bis zu 10^{-6} (Fig. 25a).

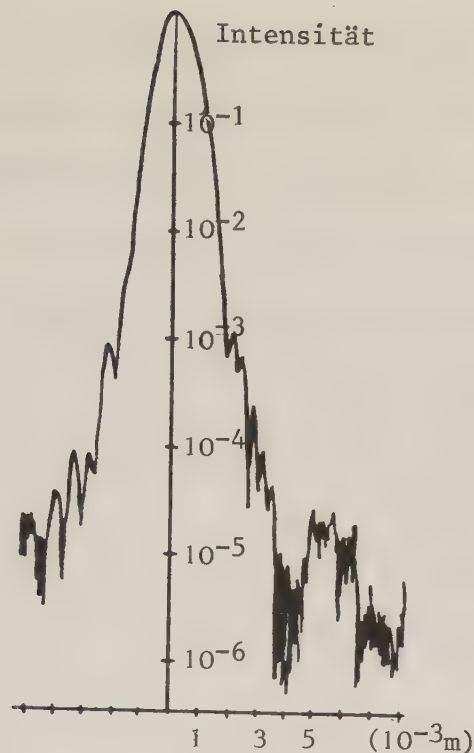


Fig. 24

Intensitätsverteilung des Laserstrahls in einer Entfernung von 1,07 m vom Laser; Breite des Abtastspalts: $80 \cdot 10^{-6}$ m, Höhe des Abtastspalts: $2,5 \cdot 10^{-4}$ m.

Zur Kontrolle der Messungen wird der Strahldurchmesser mit Hilfe der Gleichungen (39a), (40) und (43) an den verschiedenen Stellen der Versuchsanordnung berechnet. Der Laserresonator besteht aus einem ebenen Endspiegel und einem gekrümmten Auskoppelspiegel mit Krümmungsradius $R = 5$ m. Bei einer Resonatorlänge von 1,15 m ergibt sich daraus der Durchmesser des Fokus auf dem ebenen Spiegel zu $2w = 1,17 \cdot 10^{-3}$ m. Auf dem gekrümmten Spiegel ist der Strahldurchmesser gleich $1,34 \cdot 10^{-3}$ m. Das Substrat des Auskoppelspiegels ist einseitig plan, insgesamt wirkt es wie eine Zerstreuungslinse von 10 m Brennweite. Der Austrittsstrahl hat somit einen Durchmesser von $1,34 \cdot 10^{-3}$ m und scheint von einem Fokus mit $1,04 \cdot 10^{-3}$ m Durchmesser in einer Entfernung von 1,34 m herzukommen. Daraus ergibt sich im Abstand von 1,07 m vom Laser ein Strahldurchmesser von $1,86 \cdot 10^{-3}$ m; die Messung

der Fig. 24 liefert $2 \cdot 10^{-3}$ m. Für den Fokus nach der 0,5 m-Linse berechnet man $2w = 2,5 \cdot 10^{-4}$ m, während die Messung $2,7 \cdot 10^{-4}$ m ergibt. Im Fokus nach der 0,15 m-Linse erwartet man einen Strahldurchmesser von etwa $1,15 \cdot 10^{-4}$ m; gemessen wurden $1,4 \cdot 10^{-4}$ m. Diese letzte Verbreiterung wird durch die endliche Breite des Abtastspalts von etwa $0,80 \cdot 10^{-4}$ m bewirkt, wie eine numerische Abschätzung zeigt. Die Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung ist daher sehr gut.

Aus dem Durchmesser des letzten Fokus errechnet sich mit (39a) ein Strahldurchmesser auf dem zu untersuchenden Spiegel von $1,72 \cdot 10^{-2}$ m.

Um das am Spiegel entstandene Streulicht zu erhalten, werden jeweils die Intensitätsverteilungen an den Orten IV und VI gemessen und die Differenz gebildet. Der Fokus nach der 0,15 m-Linse kann hierbei gewissermaßen als "Gegenstand" betrachtet werden, von dem der Spiegel am Ort VI ein Bild erzeugt.

Eine wichtige Frage ist hierbei, ob Differenzen zwischen den beiden gemessenen Intensitätsverteilungen durch Streuung an Unregelmäßigkeiten der Spiegeloberfläche, oder durch Abbildungsfehler selbst eines idealen Kugelspiegels entstanden sind. Diese Frage ist besonders bedeutsam bei Messungen der Kleinwinkelstreuung, denn hierfür muß der Strahl am Ort VI stark fokussiert sein (im vorliegenden Fall auf einen Durchmesser von nur $1,15 \cdot 10^{-4}$ m) mit einem entsprechend breiten Strahl auf dem Spiegel. Es ist daher unbedingt erforderlich, den Einfluß von Abbildungsfehlern auf die Streulichtmessung genauer zu untersuchen. Wie sich zeigen wird, kann der Versuchsaufbau so gestaltet werden, daß selbst Randstrahlen vom idealen Bildpunkt weniger abweichen als der Auflösung der Messung entspricht. Eine rechne-

rische Korrektur der gemessenen Intensitätsverteilung ist daher nicht erforderlich, und es genügt, das Problem mit Hilfe der geometrischen Optik zu behandeln. Dies soll im folgenden Abschnitt geschehen.

7.2 Der Einfluß von Abbildungsfehlern

Bei der sog. "Gauß'schen Abbildung" werden nur lineare Terme verwendet, d.h. es besteht eine lineare Beziehung zwischen Bildgröße und Gegenstandsgröße, zwischen Bildweite und Gegenstandsweite; eine Ebene wird wieder auf eine Ebene abgebildet usw. In dieser Beschreibung werden höhere Potenzen in den Koordinaten senkrecht zur optischen Achse vernachlässigt. Bei den sog. "Seidelschen Aberrationen" werden die nächst höheren Terme mit einbezogen, siehe z.B. (Lastovka 1976, Smith 1966). Einige Abbildungsfehler spielen im vorliegenden Fall keine Rolle, wie etwa chromatische Fehler (da monochromatisches Licht verwendet wird und außerdem kein dispergierendes Medium zwischen IV und VI liegt), oder die Verzeichnung (da diese sich nur bei ausgedehnten Objekten bemerkbar macht).

Der Fehlwinkel, um den ein geometrischer Strahl abgelenkt wird, ist eine Funktion des Winkels u_p , den die Achse des gesamten Laserstrahls mit der Spiegelnormalen bildet, sowie eine Funktion der sog. Halbapertur α , das ist die Entfernung eines geometrischen Strahls von der optischen Achse auf dem Spiegel.

Die Abbildungsfehler werden entsprechend der Proportionalität ihrer zugehörigen Fehlwinkel zu den verschiedenen Potenzen von α und u_p eingeteilt:

Sphärische Aberration	$\sim \left(\frac{\alpha}{R}\right)^3$	
Koma	$\sim \left(\frac{\alpha}{R}\right)^2 u_p$	
Astigmatismus	$\sim \left(\frac{\alpha}{R}\right) u_p^2$	
Verzeichnung	$\sim u_p^3$	(135)

Wie bereits erwähnt sind im vorliegenden Fall nur die ersten drei dieser Abbildungsfehler von Bedeutung.

Der Einfachheit halber nehmen wir zunächst, wie üblich, einen einfallenden Parallelstrahl an.

Die sphärische Aberration ist ein Abbildungsfehler, der selbst dann auftritt, wenn die Strahlachse senkrecht auf den Spiegel trifft, also für $u_p = 0$. Sie entsteht durch die Tatsache, daß sich Randstrahlen näher beim Spiegel schneiden als Paraxialstrahlen. Von einem Gegenstandspunkt entsteht somit kein Bildpunkt mehr, sondern ein Kreisscheibchen, dessen Durchmesser mit α^3 zunimmt.

Die Koma entsteht bei schrägem Auftreffen der Strahlachse auf die Spiegeloberfläche. Paraxialstrahlen werden wie üblich im axialen Fokus vereinigt, während weiter außen liegende Ringzonen auf Kreise fokussiert werden, die gegenüber dem axialen Fokus nach außen, also weiter weg von der optischen Achse, versetzt sind. Die entstehende keulenförmige Figur hat ein Verhältnis der Dimensionen von 2 : 3, und die Absolutwerte sind proportional zu $\alpha^2 \cdot u_p$.

Der Astigmatismus entsteht ebenfalls bei schrägem Einfall. Hierbei wird ein Fächer von Parallelstrahlen, der in der Einfallsebene, der sog. "Tangentialebene" liegt, näher beim Spiegel fokussiert als ein senkrecht dazu stehender Fächer, der in den "Sagittalebene" verläuft. Zur Tangentialebene parallele Fächer haben ihre Foki auf einem in der Sagittalebene liegenden

Strich; zur Sagittalebene parallele Fächer entsprechend auf einem in der Tangentialebene liegenden Strich. Anstelle eines Bildpunktes entstehen daher zwei senkrecht zueinander stehende Striche, deren Länge etwa gleich groß und proportional zu α_p^2 ist.

Alle Abbildungsfehler kommen dadurch zustande, daß die einzelnen geometrischen Strahlen, aus denen wir uns den Laserstrahl zusammengesetzt denken, mit unterschiedlichen Winkeln auf die Spiegeloberfläche auftreffen. Eine ideale Abbildung würde daher ein Gegenstandspunkt erfahren, der im Krümmungsmittelpunkt des Spiegels sitzt. Alle Strahlen würden senkrecht auf den Spiegel treffen und somit in sich reflektiert, d.h. der Punkt würde auf sich abgebildet.

Diese Situation wird in der vorliegenden Messung weitgehend verwirklicht, d.h. Gegenstand und Bild werden in der Nähe des Krümmungsmittelpunktes des Spiegels in einem gegenseitigen Abstand von nur $6 \cdot 10^{-2}$ m angeordnet.

Bei einer Abbildung mit der Vergrößerung 1 verschwinden nach Smith (Smith 1966) die Fehler der sphärischen Aberration und der Koma vollständig, und es bleibt der Astigmatismus übrig. Wird daher die Messung senkrecht zu einem der beiden Strichfoki des Astigmatismus durchgeführt, so sollte sie völlig frei von Abbildungsfehlern sein.

Die einzelnen Abbildungsfehler werden jeweils getrennt für sich behandelt. Da die zugehörigen Bildfehler nicht in genau gleicher Entfernung vom Spiegel minimal sind, mußten die in der vorliegenden Versuchsanordnung auftretenden Abbildungsfehler numerisch bestimmt werden.

Zur Beschreibung sei der Ursprung eines rechtwinkligen Koordinatensystems in den Krümmungsmittelpunkt des Spiegels ge-

legt; die optische Achse sei die z-Achse, die x-Achse liege horizontal, die y-Achse vertikal.

Für einen Gegenstandspunkt auf der y-Achse liegt der sagittale Strichfokus ebenfalls auf der y-Achse, wie man sich durch verfolgen von Lichtstrahlen, deren Reflexionspunkte auf dem Spiegel der Gleichung $y = 0$ genügen, klarmachen kann.

Die Messung der Intensitätsverteilung am Ort VI geschieht durch Horizontalverschiebung des Sensors in der Ebene $z = 0$. Die numerischen Ergebnisse für diese Wahl des Bildortes lassen sich durch folgende Gleichungen zusammenfassen:

$$\text{Länge des Strichfokus} = 2TAC^* = 4\alpha u_p^2 \quad (136)$$

Diese Größe spielt jedoch keine Rolle, da senkrecht dazu gemessen wird. Der Vollständigkeit halber sei noch angegeben: Entfernung zwischen tangentialem und sagittalem Fokus

$$= 2AC^* = 2R u_p^2 \quad (137)$$

Sphärische Aberration und Komafehler verschwinden für einen Gegenstand auf der Ebene $z = 0$.

Liegt der Gegenstand auf einer Ebene mit der Gleichung $z = z_0$, so ist beim zugehörigen Bild:

$$\text{der Durchmesser des Bildscheibchens der sphärischen Aberration} \\ = 2TSC^* = 4R \frac{\left(\frac{z_0}{R}\right)^2 \left(\frac{\alpha}{R}\right)^3}{\left(1 - 2 \frac{z_0}{R}\right) \left(2 - 3 \frac{z_0}{R}\right)} \quad (138)$$

$$\text{die Länge der Koma-Keule} = 3CC^* = 3 |z_0| u_p \left(\frac{\alpha}{R}\right)^2 \quad (139a)$$

$$\text{die Breite der Koma-Keule} = 2CC^* = 2 |z_0| u_p \left(\frac{\alpha}{R}\right)^2 \quad (139b)$$

Für die Messung ist (139b) maßgebend.

In der Versuchsanordnung ist $u_p = \frac{3 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{3 \text{ m}} = 10^{-2} \text{ rad}$.

Wird für α der Strahlradius auf dem Spiegel gewählt, so ist

$$\frac{\alpha}{R} = \frac{1,72 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{2 \cdot 3 \text{ m}} = 2,87 \cdot 10^{-3}$$

$|z_o|$ wird $\leq 2 \cdot 10^{-2}$ m gehalten, also $\left| \frac{z_o}{R} \right| \leq 6,7 \cdot 10^{-3}$.

Mit diesen Werten ergibt sich für die eben definierten Größen:

$$2TAC^* = 3,44 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$2AC^* = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$2TSC^* = 1,2 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

$$2CC^* = 3,2 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

Die für eine Deformation des Bildes maßgeblichen Größen $2TAC^*$, $2TSC^*$ und $2CC^*$ liegen weit unter der Strahlbreite am Ort VI von etwa $1,15 \cdot 10^{-4}$ m und unter der Breite des Abtastspalts von etwa $80 \cdot 10^{-6}$ m, und damit unter der Auflösungsgrenze der Messung. Im Versuchsaufbau fällt die Intensitätsverteilung nach außen steil ab, so daß kein meßbarer Lichtbeitrag auf den Spiegelrand trifft. Trotzdem seien als oberste Grenze für mögliche Abbildungsfehler die Werte für einen gedachten geometrischen Strahl angegeben, der am Spiegelrand reflektiert wird. Für diesen ist $\frac{\alpha}{R} = \frac{6 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{3 \text{ m}} = 2 \cdot 10^{-2}$.

Damit erhält man

$$2TAC^* = 24 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$2AC^* = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$2TSC^* = 4 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

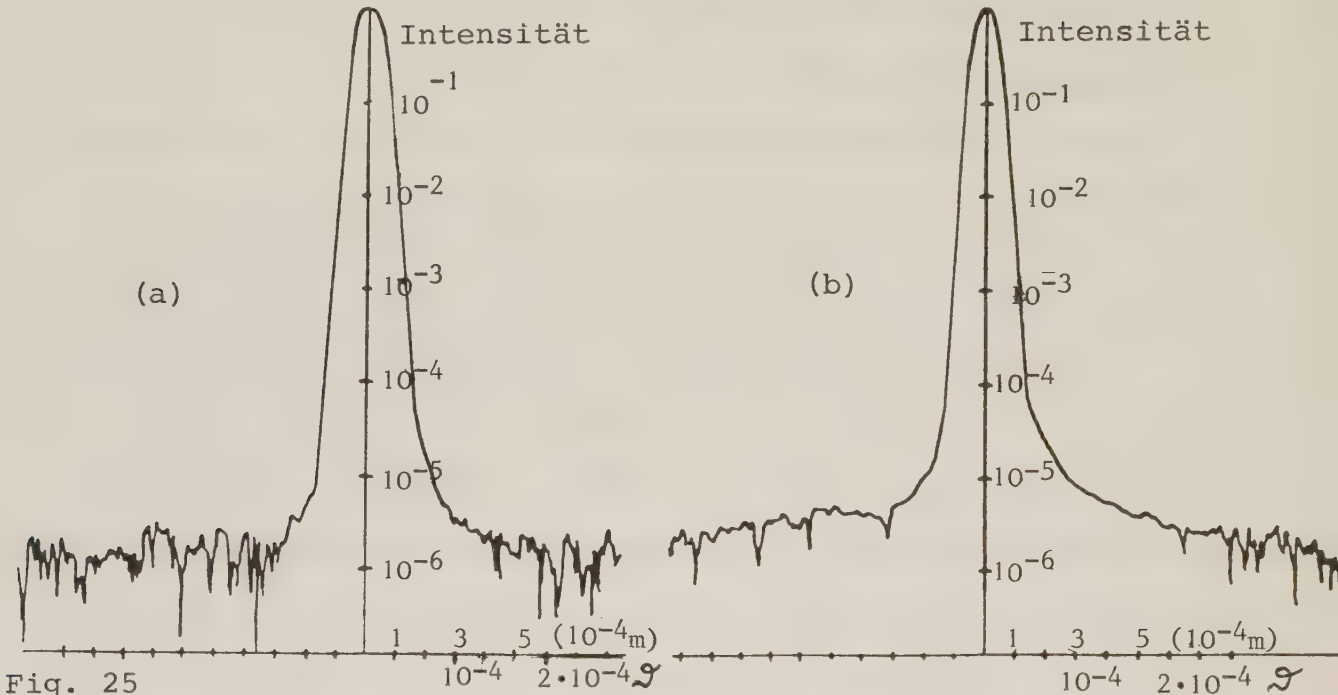
$$2CC^* = 0,16 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Da senkrecht zum sagittalen Strichfokus gemessen wird, bleiben die Fehler selbst für extreme Randstrahlen noch weit unter der Auflösungsgrenze der Apparatur.

Abbildungsfehler spielen bei der vorliegenden Messung daher keine Rolle.

7.3 Messung der Streulichtverteilung

Fig. 25 zeigt ein typisches Beispiel für die Intensitätsverteilungen in den Foki vor und nach dem Spiegel.



Die Intensitätsverteilung des Laserstrahls am Ort IV (vor dem Spiegel) (a) und am Ort VI (nach dem Spiegel) (b), gemessen mit einem Spalt der Breite $80 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 2,7 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$.

Wie bereits erwähnt, wird in der Literatur häufig die Größe $\frac{1}{P} \frac{dP}{d\Omega}$ zur Beschreibung des Streuverhaltens einer Probe verwendet. P ist dabei die gesamte Laserleistung und dP die vom Sensor innerhalb eines Raumwinkels $d\Omega$ erfaßte Streulichtleistung. Für kleine Streuwinkel ϑ ist $\frac{1}{P} \frac{dP}{d\Omega}$ nur eine Funktion eben dieses Winkels, die wir kurz $f(\vartheta)$ nennen. Um $f(\vartheta)$ zu erhalten, werden Kurven wie in Fig. 25 aufgenommen, die Differenz zum jeweiligen Untergrund gebildet (der sich durch Abdecken des Laserstrahls ergibt) und anschließend die Differenz zwischen (a) und (b) genommen. Der erfaßte Raumwinkel ist gegeben durch $\frac{dF}{R^2}$, wobei dF die Fläche des rechteckigen Abtastspalts bedeutet. Letztere wird

durch Beleuchtung mit einer Lichtquelle konstanter Intensitätsverteilung bestimmt: es wird die Lichtleistung hinter dem Spalt gemessen, anschließend der Spalt durch eine Blende bekannter Öffnung ersetzt und erneut die Lichtleistung gemessen. Das gesuchte Flächenverhältnis ist durch das gemessene Leistungsverhältnis gegeben. Die Fläche dF ist möglichst genau zu bestimmen, da sie direkt den Meßwert von $f(\vartheta)$ beeinflusst.

Der Absolutwert der Spaltbreite ist von geringer Bedeutung; er legt nur fest, über welchen Winkelbereich $d\vartheta$ gemittelt wird. Es ist jedoch sicherzustellen, daß bei den untersuchten ϑ -Werten keine zu starke Änderung des Gradienten der Intensitätsverteilung innerhalb der Spaltfläche auftritt, die bei der Auswertung berücksichtigt werden müßte. Aus dem gleichen Grunde wird das Seitenverhältnis stets etwa 1 : 3 gewählt. Da keine Notwendigkeit für eine genauere Bestimmung besteht, wird es unter einer Lupe abgeschätzt und die erhaltenen Absolutwerte der Seitenlängen durch Vergleich mit einem Maßstab geprüft.

Der Spalt wird bei der Messung senkrecht zu seiner größeren Dimension verschoben.

Wegen der kleinen Fläche des Abtastspaltes bei der Messung von Fig. 25 hebt sich der Meßwert für Streuwinkel $\vartheta \gtrsim 2 \cdot 10^{-4}$ rad nur noch geringfügig vom Untergrundrauschen ab. Es wird daher die Fläche des Abtastspaltes schrittweise vergrößert, bis schließlich die gesamte Diodenfläche von $(10^{-2} \text{ m})^2$ ausgeleuchtet ist.

Für $\vartheta > 10^{-3}$ rad wurden auch Messungen mit nicht aufgeweitetem Laserstrahl auf dem Spiegel durchgeführt. Die Meßwerte stimmten mit denen des aufgeweiteten Strahls überein. Für $\vartheta > 10^{-2}$ rad mußte der Abstand zwischen Spiegel und Sensor

verkleinert werden, um noch genügend gestreute Lichtintensität zu erfassen.

Als unabhängiger Test für die erhaltenen Streuwerte der Spiegel wurde noch folgende integrale Messung durchgeführt (siehe Fig. 26): Der Laserstrahl wurde durch die Eintrittsöffnung des nahen Spiegels der Verzögerungsleitung auf den fernen Spiegel geschickt und dort in sich reflektiert. Der Hauptstrahl verließ die Verzögerungsleitung daher wieder durch die Eintrittsöffnung, während das um kleine Winkel abgelenkte Streulicht des fernen Spiegels auf den leicht schräg gestellten nahen Spiegel traf und von diesem neben den fernen Spiegel abgebildet wurde, wo es gemessen werden konnte. Durch Blenden aus schwarzem Papier auf dem nahen Spiegel wurden Streulichtkegel mit unterschiedlichem Durchmesser erfaßt.

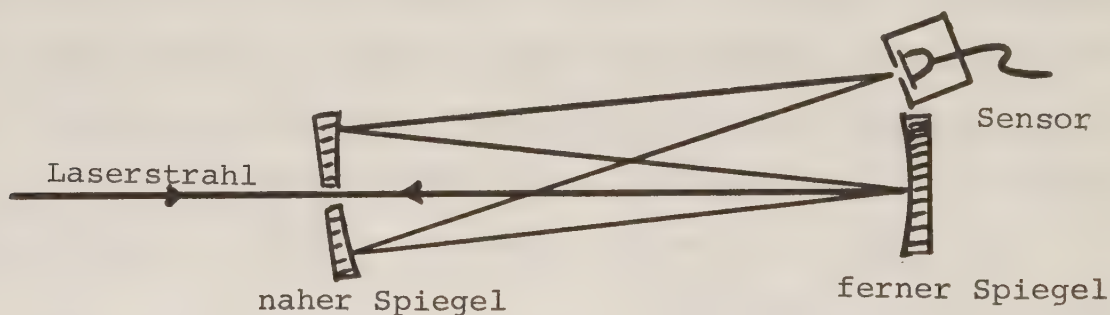


Fig. 26

Messung des Streulichts in einem Kegel um den reflektierten Strahl; der Öffnungswinkel ist durch Blenden auf dem nahen Spiegel festgelegt.

Die aus dieser integralen Messung erhaltenen Werte waren ebenfalls in sehr guter Übereinstimmung mit den bisherigen Ergebnissen.

Als Mittelwert für wenig streuende Bereiche der Spiegeloberfläche ergab sich für alle Messungen:

$$f(\vartheta) = \frac{a_1}{\vartheta} + \frac{a_2}{\vartheta^2} \quad (140a)$$

mit $a_1 = 2 \cdot 10^{-4}$ und $a_2 = 10^{-6}$, $5 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \lesssim \vartheta \lesssim 10^{-1} \text{ rad}$

Die Messungen wurden, wie z.B. in Fig. 25, bis zu den kleinen Winkeln von $5 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$ durchgeführt. Dies entspricht bei einer Entfernung von 500 m einem Abstand von $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$. (Zum Vergleich: Der Modendurchmesser auf den Spiegeln eines Resonators mit einem Spiegelabstand von $\ell = 500 \text{ m}$ und $R \approx \ell$ ist für die grüne Argonlinie $1,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$). Selbst bei diesen kleinen Winkeln zeigte sich keine Tendenz eines stärkeren Anstiegs von $f(\vartheta)$ als proportional zu ϑ^{-2} .

Allgemein schwankten die Meßwerte für ein bestimmtes ϑ typischerweise um einen Faktor 2 bis 3; bei gut sichtbaren Streuzentren konnten die Werte bis zu einem Faktor 10 höher liegen.

Als letzter Test für die Konsistenz der Messung wurden die Streuwerte bei sehr großen Winkeln bestimmt, um den gesamten Verlust durch Streuung je Reflexion abschätzen zu können. Eine grobe Näherung der Ergebnisse bei großen Winkeln ist durch

$$f(\vartheta) = \left(\frac{a_1}{\vartheta} + \frac{a_2}{\vartheta^2} \right) \cos^2 \vartheta \quad (140b)$$

gegeben. Die aus den Meßwerten bestimmte, in den Halbraum gestreute Intensität beträgt etwa 1,4% der Gesamtleistung. Der Beitrag bei kleinen Winkeln ist dabei vernachlässigbar klein. Der angegebene Wert gilt, wie erwähnt, für wenig streuende Bereiche des Spiegels. Die Transmission liegt bei 0,5%; die Absorption ist unbekannt, liegt jedoch üblicherweise merklich unter den Streuverlusten.

Wird aus der Intensitätsabnahme des Hauptstrahls durch Vielfachreflexion in einer Verzögerungsleitung ein mittlerer Verlust

je Reflexion bestimmt, so liegt dieser Wert für die untersuchten Spiegel bei 3,5% . Dies ist ein Mittelwert über einen großen Kreisring auf der Spiegeloberfläche, enthält somit auch Bereiche mit größeren Streuverlusten. Innerhalb der angegebenen Schwankungen sind die beiden Messungen daher hinreichend konsistent.

Zusammenfassend kann das Streuverhalten der im 3 m-Experiment verwendeten Spiegel in dem für eine Verzögerungsleitung wichtigen Winkelbereich durch Gleichung (140a) beschrieben werden, deren Gültigkeit für sehr kleine Winkel bis zu $\vartheta = 5 \cdot 10^{-5}$ rad geprüft wurde. Wird für die Spiegel einer großen Apparatur das gleiche Streuverhalten angenommen, so ist die oben durchgeführte Extrapolation auf große Spiegelabstände erlaubt.

Für eine quantitative Beschreibung der Anforderungen an den mechanischen Aufbau des Gravitationswellenexperimentes und an die Frequenzstabilität des Lasers kann von den Gleichungen (106) bzw. (130b) ausgegangen werden. Für eine Verzögerungsleitung mit vorgegebenem Strahlverlauf sind dazu mit Hilfe der Gleichungen (119b) und (123b) die wirksamen Amplituden des Streulichts zu berechnen und entsprechend IV,5 eine effektive Gesamtamplitude für das Streulicht abzuschätzen.

Die Anforderungen werden härter bei Steigerung der Empfindlichkeit, d.h. bei Vergrößerung sowohl des Lichtweges als auch der effektiven Laserleistung.

Die Verbesserung des mechanischen Aufbaus ist Gegenstand weiterer Untersuchungen. Der augenblickliche Stand der Frequenzstabilisierung kann im kHz-Gebiet durch

$$\frac{\delta \tilde{\nu}}{\nu} \approx 2 \cdot 10^{-16} \frac{1}{\sqrt{\text{Hz}}}$$

beschrieben werden. Mit $\sigma \approx 10^{-4}$ gilt somit

$$\sigma \frac{\delta \tilde{\nu}}{\nu} \approx 2 \cdot 10^{-20} \frac{1}{\sqrt{\text{Hz}}}$$

Es besteht berechnete Hoffnung, daß der Laser so weit stabilisiert werden kann, bis (106) erfüllt ist. Vorgesehen sind dabei zwei unabhängige Regelkreise: bisher wird der Laser mit Hilfe eines Referenzresonators stabilisiert; geplant ist, das Licht, nachdem es den Laser verlassen hat, durch eine Pokkelzelle so in der Phase zu modulieren, daß die mittlere Weglänge L im Interferometer, gemessen in Einheiten der Lichtwellenlänge, konstant bleibt.

Sollte es jedoch nicht möglich sein, die Streulichtprobleme auf diese Weise vollständig zu lösen, so bietet sich noch ein weiterer Weg an, die Auswirkung des Streulichts im Interferometer zu reduzieren (Schilling et al. 1981). Dieser soll im letzten Abschnitt besprochen werden.

8. Unterdrückung von Streulichtsignalen durch Frequenzmodulation des Laserlichts

Wie bereits gezeigt, wird die Phase des Hauptstrahls durch den Einfluß des Streulichts um einen bestimmten Betrag φ verändert. Störsignale bei einer Frequenz im Arbeitsbereich des Interferometers entstehen durch das Frequenzrauschen des Lasers bei dieser Frequenz oder durch Bildung von Harmonischen niederfrequenter Störungen großer Amplitude an Nichtlinearitäten. In beiden Fällen ändert $\vec{\sigma}$ seine Orientierung mit einer Frequenz im Meßbereich, im Gravitationswellenexperiment also in der Umgebung von 1 kHz, und verschiebt in diesem Takt die Phase des Hauptstrahls. Der Einfluß des Streulichts sollte sich beseitigen lassen, wenn die Orientierung von $\vec{\sigma}$ relativ zum Hauptstrahl schnell so geändert werden kann, daß der zeitliche Mittelwert von $\vec{\sigma}$ Null wird. Als Mittelungszeitraum ist dabei die Periodendauer eines Signals im Meßbereich zu betrachten.

Die einfachste Maßnahme wäre ein linearer Anstieg der Laserfrequenz, wie er in Gleichung (108) angenommen wurde. Ω sei jetzt der Hub des Frequenzrauschens in einem sehr schmalen Frequenzband um die Frequenz ω_n , die im Meßbereich angenommen wird. Für die Beschreibung durch Gleichung (108) ist $\omega_n = \omega_M$ zu setzen. Der Einfachheit halber setzen wir zunächst $\frac{\Omega}{\omega_n} \ll 1$ voraus. Wird Φ hinreichend groß gewählt, so enthält φ nach (110) und (111) nur Komponenten bei Frequenzen weit oberhalb des Meßbereichs, da die Besselfunktionen mit wachsender Ordnung für $x \ll 1$ schnell kleiner werden. In der Nähe von ω_n entstehen, wie gewünscht, keine Signale.

Der Ziehbereich der Frequenz des Lasers ist jedoch sehr begrenzt. Es ist daher notwendig, anstelle des linearen Frequenz-

anstiegs eine periodische Funktion für die Frequenzmodulation zu wählen, im einfachsten Fall eine Sinusfunktion. Eine Frequenzmodulation und eine Phasenmodulation des Laserlichts sind gleichwertig: der Phasenhub Φ_M bei einer Phasenmodulation entspricht dem Quotienten aus Frequenzhub und Modulationsfrequenz $\frac{\Omega_M}{\omega_M}$ im Falle der Frequenzmodulation. Der kürzeren Schreibweise wegen wird eine Phasenmodulation angenommen.

Wir betrachten zunächst einen Streulichtbeitrag mit der Amplitude σ_1 und mit einer Laufzeitdifferenz $\tau_1 = \frac{\Delta L_1}{c}$ relativ zum Hauptstrahl. Die Phasendifferenz zwischen den beiden ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \omega_0 \tau_1 + 2 \frac{\Omega}{\omega_n} \sin \frac{\omega_n \tau_1}{2} \sin \omega_n \left(t - \frac{\tau_1}{2}\right) + 2 \Phi_M \sin \frac{\omega_M \tau_1}{2} \sin \omega_M \left(t - \frac{\tau_1}{2}\right) \\ &:= \underbrace{\omega_0 \tau_1}_{\Phi_{01}} + \underbrace{2 \frac{\Omega}{\omega_n} \sin \frac{\omega_n \tau_1}{2}}_{x_1} \underbrace{\sin \omega_n \left(t - \frac{\tau_1}{2}\right)}_{\sin \alpha_1} + \underbrace{2 \Phi_M \sin \frac{\omega_M \tau_1}{2}}_{x_2} \underbrace{\sin \omega_M \left(t - \frac{\tau_1}{2}\right)}_{\sin \alpha_2} \end{aligned} \quad (141)$$

Hierbei soll, wie eben, ω_n eine Frequenz aus dem Meßbereich bezeichnen, Ω den Hub des Frequenzrauschens in einem schmalen Band um ω_n , Φ_M sei die Amplitude der Phasenmodulation und ω_M die Modulationsfrequenz. Die zugehörige Phasenänderung des Hauptstrahls berechnet sich zu:

$$\begin{aligned}
\psi_1 &= \sigma_1 \sin \phi_1 \\
&= \sigma_1 \sin \phi_{01} \left\{ \left[J_0(x_1) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(x_1) \cos(2k\alpha_1) \right] \right. \\
&\quad \cdot \left[J_0(x_2) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(x_2) \cos(2k\alpha_2) \right] \\
&\quad - \left[2 \sum_{k=0}^{\infty} J_{2k+1}(x_1) \sin(2k+1)\alpha_1 \right] \\
&\quad \cdot \left[2 \sum_{k=0}^{\infty} J_{2k+1}(x_2) \sin(2k+1)\alpha_2 \right] \Big\} \\
&+ \sigma_1 \cos \phi_{01} \left\{ \left[2 \sum_{k=0}^{\infty} J_{2k+1}(x_1) \sin(2k+1)\alpha_1 \right] \right. \\
&\quad \cdot \left[J_0(x_2) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(x_2) \cos(2k\alpha_2) \right] \\
&\quad + \left[J_0(x_1) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(x_1) \cos(2k\alpha_1) \right] \\
&\quad \cdot \left[2 \sum_{k=0}^{\infty} J_{2k+1}(x_2) \sin(2k+1)\alpha_2 \right] \Big\} \tag{142}
\end{aligned}$$

Solange $x \ll 1$ ist, bleibt als wesentlicher Beitrag bei ω_n :

$$\psi_1, \omega_n \approx \sigma_1 \cos \phi_0 x_1 \sin \alpha_1 J_0(x_2) \tag{143a}$$

Dieses Signal verschwindet für $J_0(x_2) = 0$, unabhängig von der ursprünglichen Orientierung von σ_1 . Die erste Nullstelle von J_0 liegt bei

$$x_2 = 2\phi_M \sin \frac{\omega_M \tau_1}{2} = 2,4 \tag{143b}$$

Durch geeignete Wahl von ω_M und ϕ_M kann damit der Einfluß dieses speziellen Streulichtbeitrags mit $\tau_1 = \frac{\Delta L_1}{c}$ beseitigt werden.

Es ist jedoch darauf zu achten, daß keine Störsignale aus dem Bereich um der Modulationsfrequenz in den Meßbereich übertragen werden. Es könnte geschehen durch große niederfrequente Pha-

senänderungen des Streulichts. Die Amplituden der Störungen können aus (142) entnommen werden. Es werde dazu mit ω_G eine Frequenz aus dem Meßbereich bezeichnet, und es gelte:

$(2k+1) \omega_n = \omega_M - \omega_G$. Das Produkt dieser Oberwelle von ω_n mit $\sin \omega_M t$ liefert ein Signal bei ω_G , dessen Amplitude im Wesentlichen gegeben ist durch φ_1 , $\omega_G \approx \sigma_1 J_{2k}(x_1)$.

Diese Störungen können sowohl durch Vermeiden von allzu großen niederfrequenten Amplituden, als auch durch eine hinreichend hohe Modulationsfrequenz genügend klein gehalten werden.

Nun soll noch untersucht werden, wie das Frequenzrauschen des Lasers im Bereich der Modulationsfrequenz zu zusätzlichen Störungen führen kann. Dazu sei ω_n eine Störfrequenz in der Nähe von ω_M , für die gilt: $\omega_M - \omega_n = \omega_G$. Die Amplitude des resultierenden Störsignals im Meßbereich um ω_G ist jetzt näherungsweise gegeben durch

$$\varphi_1, \omega_G \approx \sigma_1 \frac{\Omega}{\omega_n} \approx \sigma_1 \frac{\Omega}{\omega_M} \quad (144)$$

d.h. bestimmend ist der Hub Ω des Frequenzrauschens bei der Modulationsfrequenz. Im Bereich von etwa 1 kHz bis zu einigen MHz sind die Frequenzschwankungen eines unstabilisierten Argon-Lasers weitgehend als weißes Rauschen mit einem Mittelwert zwischen 10 und $100 \frac{\text{Hz}}{\sqrt{\text{Hz}}}$ zu beschreiben. Bei wesentlich höheren Frequenzen ist eine Messung der Frequenzschwankungen nicht auf einfache Weise durchzuführen; sie wurde daher zurückgestellt, bis sich eine Notwendigkeit dafür ergibt. Es ist jedoch kein Anstieg zu höheren Frequenzen zu erwarten, eher ein Abfall oberhalb der Grenzfrequenz des Laserresonators, die durch die Lichteinschlußzeit gegeben ist. Mit einer Erhöhung der Modulationsfrequenz ist daher

nach (144) eine Reduzierung dieses speziellen Streulichtsignals zu erwarten.

Bei den bisherigen Ausführungen wurde Streulicht mit nur einem festen Wegunterschied ΔL_1 relativ zum Hauptstrahl angenommen. Wie in der Tabelle der Streulichtbeiträge aufgeführt wurde, entstehen in einer Verzögerungsleitung Wegunterschiede von geradzahligen Vielfachen des Spiegelabstandes. Leider können nicht alle diese Wegunterschiede mit einer einzigen Modulationsfrequenz erfaßt werden, wohl aber jeweils eine ganze Reihe davon. Wählen wir nämlich z.B. $\Delta L_1 = 2\ell$ und $\frac{\omega_M \tau_1}{2} = (2n+1) \frac{\pi}{2}$ mit $n = 0, 1, 2, \dots$, so werden mit (143b) alle ungeradzahligen Vielfachen von ΔL_1 unterdrückt. Ungestört bleiben alle geraden Vielfachen von ΔL_1 .

Etwas günstiger ist die Wahl: $\frac{\omega_M \tau_1}{3} = (3n+1) \frac{\pi}{3}$. Dann werden alle nicht durch 3 teilbaren Vielfachen ΔL_1 beseitigt, der Rest bleibt wieder voll erhalten.

Zur Unterdrückung weiterer Komponenten sind zusätzliche Modulationssignale einzuführen, die jeweils wieder eine Serie aus den verbleibenden Anteilen erfassen. Hierbei ist zu beachten, daß gemeinsame Oberwellen verschiedener Modulationsfrequenzen konstante Anteile liefern, die zusammen mit dem niederfrequenten Frequenzrauschen zu Störsignalen führen können.

Außer einer Summe von Sinuswellen sind noch andere Modulationsfunktionen denkbar. Naheliegend ist der Gedanke, durch weißes Rauschen großer Amplitude die Kohärenz zwischen Hauptstrahl und Streulicht zu zerstören. Erste Versuche dieses komplexe Problem zu rechnen wurden von A. Rüdiger unternommen (A. Rüdiger, unveröffentlichte Arbeiten). Die Wirksamkeit der Unterdrückung von Streulichtsignalen scheint dabei mit wachsender Amplitude des Modulationssignals zuzunehmen. Die prinzipielle Möglichkeit der

Unterdrückung von Streulichtsignalen durch Phasenmodulation des Laserlichts wurde bereits gezeigt (Schilling et al. 1981). Eine weitere detaillierte Untersuchung dieses Problemkreises wurde zurückgestellt und der Schwerpunkt auf die Frequenzstabilisierung gelegt. Mit einer hinreichend stabilisierten Laserfrequenz wären die schwerwiegendsten Streulichtprobleme gelöst; außerdem könnte ein größerer Wegunterschied zwischen den Hauptstrahlen toleriert werden (siehe Kap. III), und schließlich könnte die Wiederverwendung des Lichts zur Erhöhung der effektiven Laserleistung (siehe Kap. I) gleichzeitig mit der Frequenzstabilisierung durchgeführt werden.

Eine Weiterentwicklung der Stabilisierung der Spiegelpositionen als auch der Laserfrequenz (Billing et al. 1982) läßt erwarten, daß der Einfluß des Streulichts hinreichend klein gehalten werden kann.

Schlußbemerkung

Eine optische Verzögerungsleitung erscheint geeignet einen großen Lichtweg in einem Interferometer hoher Empfindlichkeit zu realisieren, wie es etwa in einem Gravitationswellenexperiment notwendig ist. Es wurde aufgezeigt, in welcher Weise die Anforderungen an die Genauigkeit des Oberflächenprofils der Spiegel mit wachsendem Lichtweg zunehmen, und welcher Spiegeldurchmesser gewählt werden muß. Die durch Streulicht verursachten Störungen wurden quantitativ erfaßt und durch die Messung der Kleinwinkelstreuung eine Extrapolation zu großen Lichtwegen durchgeführt. Obwohl noch schwierige Aufgaben zu lösen bleiben - wie etwa die Reduzierung der thermischen Bewegung im angestrebten Meßbereich sowie die Verbesserung der Frequenzstabilisierung und eine Erhöhung der effektiven Laserleistung etwa durch Wiederverwendung des Lichts - besteht doch eine gute Chance, mit herkömmlichen Technologien das hochgesteckte Ziel einer Empfindlichkeit für relative Längenänderungen in der Größenordnung von 10^{-21} zu erreichen.

Für viele anregende Diskussionen und für die gute Atmosphäre, in der diese Arbeit entstehen konnte, möchte ich mich bei dem bisherigen Leiter unserer Gruppe, Prof. Dr. Heinz Billing, und bei meinen Kollegen Karl Maischberger, Albrecht Rüdiger, Roland Schilling und Lise Schnupp herzlich bedanken. Prof. Dr. Herbert Walther verfolgte stets mit freundlichem Interesse und wertvollen Ratschlägen den Fortgang der Arbeit und ließ mir jede wünschenswerte Freiheit. Schließlich sei die wohlwollende Unterstützung durch Dr. Hermann Ullrich Schmidt und Prof. Dr. Rudolf Kippenhahn hervorgehoben, die es ermöglichte, diese Arbeit am Max-Planck-Institut für Astrophysik durchzuführen. Allen Genannten gilt mein aufrichtiger Dank.

Literaturverzeichnis

- E. Amaldi, Summary of Workshop on Gravitational Radiation in: Proceedings of the Ninth Texas Symposium on Relativistic Astrophysics, Dec. 1978, New York 1980.
- E. Amaldi et al., 9th International Conference on General Relativity and Gravitation, Abstracts 2, 410 (1980)
- O. Amon, Applied Optics 16, 2147 (1977)
- J.W. Armstrong, R. Woo, and F.B. Estabrook, Astrophys. J. 230, 570 (1979)
- H.E. Bennett and D.K. Burge, J. Opt. Soc. Am. 70, 268 (1980)
- H. Billing, P. Kafka, K. Maischberger, F. Meyer and W. Winkler, Lett. Nuovo Cimento 12, 111 (1975)
- H. Billing and W. Winkler, Nuovo Cimento 33, 665 (1976)
- H. Billing, K. Maischberger, A. Rüdiger, R. Schilling, L. Schnupp and W. Winkler, MPI-PAE/Astro 175 (1979)
- H. Billing, K. Maischberger, A. Rüdiger, R. Schilling, L. Schnupp and W. Winkler, MPI-PAE/Astro 293 (1982); erscheint in: Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Quantum Optics and Experimental General Relativity, August 1981, Bad Windsheim
- D. Blair et al., 9th International Conference on General Relativity and Gravitation, Abstracts 2, 411 (1980)
- S.P. Boughn et al., Astr. J., 261, L 19 (1982)
- G.D. Boyd and J.P. Gordon, Bell Syst. techn. J. 40, 489 (1961)
- G.D. Boyd and H. Kogelnik, Bell Syst. techn. J. 41, 1347 (1962)
- V.B. Braginsky, A.B. Manukin, E.I. Popov, V.N. Rudenko and A.A. Khorev, Sov. Phys. JETP 39, 387 (1974)
- V.B. Braginsky, Y.I. Vorontsov and Kip S. Thorne, Science 209, 547 (1980)

- C.M. Caves, Phys. Rev. Lett. 45, 75 (1980)
- C.M. Caves, Kip S. Thorne, R.W.P. Drever, M. Zimmermann, and V.D. Sandberg, Rev. Mod. Phys. 52, 341 (1980)
- C.M. Caves, Phys. Rev. D 23, 1693 (1981)
- D.H. Douglass, R.Q. Gram, J.A. Tyson, and R.W. Lee, Phys. Rev. Lett. 35, 480 (1975)
- D.H. Douglass, M.W. Cromar, R.Q. Gram, W.W. Johnson, C. Lam, and M. Macaluso, Proceedings of the Second Marcel Grossman Meeting on General Relativity, Triest 1979, North-Holland Publishing Company (1982)
- R.W.P. Drever, J. Hough, R. Bland and G.W. Lessnoff, Nature 246, 340 (1973)
- R.W.P. Drever, J. Hough, W.A. Edelstein, J.R. Pugh and W. Martin, Proceedings of the International Symposium on Experimental Gravitation, Pavia 1976, Accademia Nazionale dei Lincei, Rome (1977)
- R.W.P. Drever et al., Laser Spectroscopy V, Springer Verlag (1981)
- R.W.P. Drever, OAP-648, California Institute of Technology (1982)
- J. Ebert, H. Pannhorst, H. Küster, and H. Welling, Applied Optics 18, 818 (1979)
- W.A. Edelstein, J. Hough, J.R. Pugh and W. Martin, J. Phys. E: Sci. Instr. 11, 710 (1978)
- A. Einstein, Sitzber. deut. Akad. Wiss. Berlin, Kl. Math. Phys. u. Techn. 688 (1916); 154 (1918)
- J.M. Elson, J. Opt. Soc. Am. 69, 48 (1979)
- J.M. Elson and J.M. Bennett, Optical Engineering 18, 116 (1979)
- J.M. Elson, J.P. Rahn and J.M. Bennett, Applied Optics 19, 669 (1980)

- R.L. Forward, Phys. Rev. D 17, 379 (1978)
- A.G. Fox and T. Li, Bell Syst. techn. J. 40, 453 (1961)
- D. Gloge, E.L. Chinnock and H.E. Earl, Bell Syst. techn. J. 48, 511 (1969)
- D. Gloge and W.H. Steier, Bell Syst. techn. J. 48, 1445 (1969)
- K.H. Guenther, H.L. Gruber and H.K. Pulker, Thin Solid Films 34, 363 (1976)
- H. Heffner, Proc. IRE 50, 1604 (1962)
- R.W. Hellings, 9th International Conference on General Relativity and Gravitation, Abstracts 2, 380 (1980)
- D.R. Herriott, H. Kogelnik and R. Kompfner, Applied Optics 3, 523 (1964)
- D.R. Herriott and H.J. Schulte, Applied Optics 4, 883 (1965)
- H. Hirakawa and K. Narihara, Phys. Rev. Lett. 35, 330 (1975)
- J. Hough, J.R. Pugh, R. Bland and R.W.P. Drever, Nature 254, 498 (1975)
- J. Kadlec and W.O. Hamilton, Proceedings of the Second International Conference on Superconducting Quantum Devices Berlin (1980)
- P. Kafka, Mitteilungen der Max-Planck-Gesellschaft 5, 360 (1974)
- P. Kafka and L. Schnupp, Astron. Astrophys. 70, 97 (1978)
- H. Kogelnik, Bell Syst. techn. J. 44, 455 (1965)
- J.B. Lastovka, Bell Syst. techn. J. 55, 1225 (1976)
- J. Levine and R. Garwin, Phys. Rev. Lett. 33, 794 (1974)
- A. Lutter and K. Ferencz, Thin Solid Films 57, 185 (1979)
- M.S. McAshan, W.M. Fairbank, P.F. Michelson and R.C. Taber, Physica 107 B, 23 (1981)

- Ch.W. Misner, Kip S. Thorne and J.A. Wheeler, Gravitation,
W.H. Freeman and Company, San Francisco (1973)
- V.P. Mitrofanov and H. Lemann, 9th International Conference on
General Relativity and Gravitation, Abstracts 2, 418 (1980)
- H.J. Paik, Nuovo Cimento 55 B, 15 (1980)
- G.V. Pallottino and G. Pizzella, 9th International Conference
on General Relativity and Gravitation, Abstracts 2, 420
(1980)
- V.I. Panov and F.J. Khalili, 9th International Conference on
General Relativity and Gravitation, Abstracts 2, 397 (1980)
- J.R. Pierce, Theory and Design of Electron Beams, Van Nostrand,
New York (1954)
- H.K. Pulker, Thin Solid Films 34, 343 (1976)
- H.K. Pulker, Applied Optics 18, 1969 (1979)
- J.P. Richard and C. Cosmelli, 9th International Conference on
General Relativity and Gravitation, Abstracts 2, 395 (1980)
- A. Rüdiger, R. Schilling, L. Schnupp, W. Winkler, H. Billing and
K. Maischberger, Optica Acta 28, 641 (1981)
- R. Schilling, L. Schnupp, W. Winkler, H. Billing, K. Maischberger
and A. Rüdiger, J. Phys. E Sci. Instr. 14, 65 (1981)
- W.J. Smith, Modern Optical Engineering, McGraw Hill Book
Company (1966)
- Kip S. Thorne, Rev. Mod. Phys. (USA) 52, 285 (1980)
- H.D. Wahlquist, 9th International Conference on General Relativity
and Gravitation, Abstracts 2, 390 (1980)
- J. Weber, General Relativity and Gravitational Waves, Interscience
Publishers, New York 1961
- J. Weber, Phys. Rev. Lett. 24, 276 (1970); 25, 180 (1970)

R. Weiss, Quarterly Progress Report, Research Lab. of Electronics,
M.I.T. 105, 54 (1972)

W. Winkler, Proceedings of the International Symposium on
Experimental Gravitation, Pavia 1976, Accademia Nazionale
dei Lincei, Rome (1977)

Lebenslauf

22. Januar 1943	Geboren in Altstadt, Kreis Mähr. Trübau, CSSR
September 1949 bis Juli 1952	Volksschule Großalfalterbach, Kreis Neumarkt/Opf.
September 1952 bis Juli 1953	Volksschule in Neumarkt/Opf.
September 1953 bis Juli 1962	Oberrealschule Neumarkt/Opf.
Juli 1962	Abitur an der Oberrealschule Neumarkt/Opf.
November 1962	Beginn des Studiums der Physik an der Friedrich-Alexander-Universität in Erlangen
Juli 1965	Diplom-Vorprüfung, Note "gut"
Juli 1966 bis Februar 1969	Diplomarbeit am Physikalischen Institut II der Universität Erlangen bei Prof. Dr. Wegener; Thema: "Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit auf die Hysterese von Typ II Supraleitern"
Februar 1969	Diplom-Prüfung, Note "sehr gut"
Mai 1969 bis Dezember 1970	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Physikalische Chemie II, Universität Erlangen bei Prof. Dr. Wedler
Januar 1971 bis April 1982	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Max-Planck Institut für Astrophysik bei Prof. Dr. Billing
Seit Mai 1982	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Max-Planck Institut für Quantenoptik bei Prof. Dr. Walther

